

チャレンジ問題 第3回【解答】

作図方法はなんとなくわかると思います。問題は何故正五角形になっているかで、これは中3の範囲で解けますが、大学入試でも時折出題されるテーマです。

【作図方法】

1. 線分 AB をとる。
2. A, B を中心とする半径の等しい弧をとり、その交点を結ぶことで線分 AB の垂直二等分線を引く。
3. 2. で引いた垂直二等分線と線分 AB との交点（線分 AB の中点）を C とする。
4. B を通り線分 AB に垂直な直線を引く（このときの補助線は一部問題文の図からは消しています）
5. B を中心とし、BC を半径とする円と、4. で引いた垂線との交点を D とする。
6. D を中心とし、DB を半径とする円と半直線 AD との交点を E とする。
7. A を中心とし、AE を半径とする円と 2. で作図した AB の垂直二等分線との交点を F とする。
8. F を中心とする半径 AB の円と A を中心とする半径 AB の円との交点を G とする。
9. F を中心とする半径 AB の円と 7. で作図した円との交点を H とする。
10. 正五角形 ABHFG を作図する。

【正五角形であることの証明】 着眼点：正五角形の1辺の長さが1のときの対角線の長さを求めてみる。

AHとFBとの交点をPとし、正五角形の1辺の長さを1、対角線AFの長さを x とすると、

$$\triangle FAB \sim \triangle ABP \quad (\text{2角相当})$$

より

$$FA : AB = AB : BP$$

$$x : 1 = 1 : x - 1$$

これより

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

三平方の定理より

$$AE = AD + DB = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

なのでFは正五角形の頂点となり

$$AG = FG = BH = 1$$

だから、A,B,H,F,Gは正五角形の頂点となる。