

千葉大学医学部 2002年 数学 (追加問題含む)

7 四角形 ABCD は半径 1 の円に内接し,

$$\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$$

$$\vec{AB} + \vec{AD} + 2(\vec{CB} + \vec{CD}) = \vec{0}$$

をみたしている。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 直線 AC は線分 BD の中点を通ることを示せ。
- (2) 四角形 ABCD の 4 辺の各辺の長さを求めよ。



8 座標空間内に 2 点 A (1, 0, 0) と B (-1, 0, 0) がある。不等式

$$\angle APB \geq 135^\circ$$

をみたす空間内の点 P の全体の集合に、2 点 A, B をつけ加えてできる立体の体積を求めよ。



**10** 次の問いに答えよ。

(1)  $\log_2 3$  は無理数であることを証明せよ。

(2)  $n$  が正の整数のとき、 $\log_2 n$  が整数でない有理数となることはあるかどうか調べよ。



**11**  $n$  を 2 以上の整数とし,

$$I(x) = \int_0^x \sin t \sin nt \, dt \quad (x \geq 0)$$

と定める。

(1)  $n = 2$  のとき,  $I(x)$  の最大値を求めよ。

(2)  $I(x)$  の最大値が

$$\frac{n}{n^2 - 1}$$

であるならば,  $n$  は偶数であることを証明せよ。





**12** 無限数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = c$$
$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 - 1}{n} \quad (n \geq 1)$$

で定める。ここで  $c$  は定数とする。

- (1)  $c = 2$  のとき、一般項  $a_n$  を求めよ。
- (2)  $c \geq 2$  ならば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$  となることを示せ。
- (3)  $c = \sqrt{2}$  のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  の値を求めよ。



**13** - [ア]

次の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面上で方程式

$$|z - 3i| = 2|z|$$

が表す図形を求め、図示せよ。

- (2) 複素数  $z$  が (1) で求めた図形の上を動くとき、複素数

$$w = (-1 + i)z$$

が表す点の軌跡を求め、図示せよ。







