

平成17年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から解答を始めるよう合図があったら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがある。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は18頁である。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。
10. この冊子は持ち帰ってかまいません。

4 数列 $\{a_n\}$ において, $a_1 = 2, a_2 = 4$ である。

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とおくとき, $\{b_n\}$ は正の公比をもつ等比数列とする。

(1) $\frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}}$ を, b_n, b_{n+1} を用いて表せ。

(2) $\sum_{n=1}^6 \frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}} = -1456$ が成り立つとき

(i) 一般項 b_n を求めよ。

(ii) 一般項 a_n を求めよ。

7

(1) 次の不等式で表される領域を図示せよ。

$$\log_{10}(-y^2 - 2xy + y + x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \geq \log_{10}(-2x^2 + 2x + 1)$$

(2) x, y が (1) の不等式を満たすとき, $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

10 以下において $\log x$ は自然対数を表す。

(1) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $x > 0$ に対し $x^a > \log x$ であることを示せ。

(2) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $\lim_{x \rightarrow +0} x^a \log x = 0$ が成り立つことを示せ。

(3) $0 < t < \frac{1}{e}$ として, 曲線 $y = x \log x$ ($t \leq x \leq 1$) および x 軸と直線 $x = t$ で囲まれた部分を, y 軸のまわりに回転して得られる図形の体積を $V(t)$ とする。このとき, $\lim_{t \rightarrow +0} V(t)$ を求めよ。

11 n は自然数とし, 2^n は 100 桁の数で, 2^{n-1} は 99 桁の数である。

(1) n を求めよ。

(2) 2^n の一の位の数字を求めよ。

(3) 2^n の十の位の数字を求めよ。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ としてよい。

12 - **[イ]** α は絶対値 1 の複素数とし、複素数 z に対して、 $w = \frac{\bar{\alpha}z - 2}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\bar{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。

- (1) 複素数平面上で、 z が原点と点 α を通る直線上 (ただし、点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く) を動くとき、 w を表す点は原点と点 $\bar{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき、複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。

