

平成21年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがある。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は12頁である。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰ってかまいません。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。

科目	学部・学科等	解答する問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 算数科選修	1 2 3 4
	教育学部 理科教育分野 技術科教育分野	2 3 4 5
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	文学部 法経学部 行動科学科	2 4 6 7
	園芸学部 教育学部 情報教育分野	2 3 6 7
	教育学部 数学科教育分野	2 3 5 6 7 8
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B 数学 C	理学部 工学部 生物学科, 地球科学科 建築学科 都市環境システム学科 デザイン学科	3 4 5 6 9
	理学部 薬学部 工学部 物理学科, 化学科 機械工学科 メディカルシステム工学科 電気電子工学科 ナノサイエンス学科 共生応用化学科 画像科学科 情報画像学科 先進科学プログラム	5 6 8 9 10
	医学部	7 8 10 11 12
	理学部 数学・情報数理学科	5 6 8 9 10 12

7 a と k を正の実数とする。 $y = \frac{a}{2}x^2$ のグラフを平行移動して得られる放物線 C_1 と $y = -\frac{2}{a}x^2$ のグラフを平行移動して得られる放物線 C_2 が、ともに原点 $O(0,0)$ で直線 $y = kx$ に接するものとする。原点 O を通り、直線 $y = kx$ に垂直な直線を l とする。放物線 C_1 と直線 l によって囲まれる図形の面積を S_1 、放物線 C_2 と直線 l によって囲まれる図形の面積を S_2 とおき、 $S = S_1 + S_2$ とする。次の問いに答えよ。

(1) S を a と k を用いて表せ。

(2) $k = \sqrt{2} - 1$ とする。 S を最小にする a の値と、そのときの S の値を求めよ。

8 1から9までの番号をつけた9枚のカードがある。このなかから無作為に4枚のカードを同時に取り出し、カードに書かれた4つの番号の積を X とおく。

(1) X が5の倍数になる確率を求めよ。

(2) X が12の倍数になる確率を求めよ。

(3) X が平方数になる確率を求めよ。ただし、 X が平方数であるとは、ある自然数 n を用いて $X = n^2$ と表されることである。

10 次の問いに答えよ。

(1) 置換 $x = \tan^3 \theta$ により, 定積分 $\int_1^{3\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x^2}} \right) dx$ を求めよ。

(2) $t > 1$ に対して $g(t) = \int_1^t \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x^2}} dx$ と定める。 $t \rightarrow \infty$ のとき $g(t) - at^b$ が収束するような正の実数 a, b を求めよ。

11 次の問いに答えよ。

- (1) 5以上の素数は、ある自然数 n を用いて $6n + 1$ または $6n - 1$ の形で表されることを示せ。
- (2) N を自然数とする。 $6N - 1$ は、 $6n - 1$ (n は自然数) の形で表される素数を約数にもつことを示せ。
- (3) $6n - 1$ (n は自然数) の形で表される素数は無限に多く存在することを示せ。

12 a を実数とするとき、関数

$$f(x) = x + a^2 - 2, \quad g(x) = x(x - a)(x - a - 2)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 命題「 $f(x) \geq 0 \implies g(x) \geq 0$ 」がすべての実数 x について成り立つために a が満たすべき条件を求めよ。
- (2) 命題「 $x \geq 0 \implies f(x) \geq 0$ または $g(x) \geq 0$ 」がすべての実数 x について成り立つために a が満たすべき条件を求めよ。

