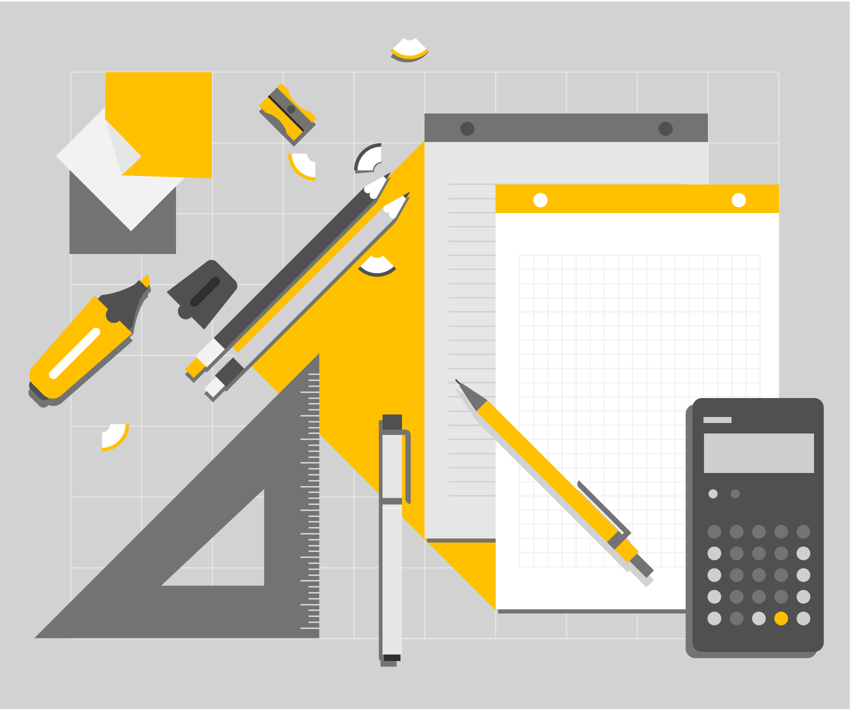
数ＩＡ　完全攻略マニュアル

（２０２５年度版）



数企進

INDEX

数学Ⅰ

数学Ａ

N－１－1

１章　数と式

式の展開

(1)　$(a+b)^2$　＝（　　　　　）

(2)　$(a-b)^2$　＝（　　　　　）

(3)　$(a+b)(a-b)$　＝（　　　　　）

(4)　$(x+a)(x+b)$　＝（　　　　　）

(5)　$(ax+b)(cx+d)$　＝（　　　　　）

(6)　$(a+b+c)^2$　＝（　　　　　）

(7)　$(a+b)^3$　＝（　　　　　）

(8)　$(a-b)^3$　＝（　　　　　）

(9)　$(a+b)(a^2-ab+b^2)$　＝（　　　　　）

(10)　$(a-b)(a^2+ab+b^2)$　＝（　　　　　）

(11)　$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$　＝（　　　　　）

指数法則

(12)　$a^m \times a^n$　＝（　　　　　）

(13)　$(a^m)^n$　＝（　　　　　）

(14)　$(ab)^n$　＝（　　　　　）

(15)　$a^m \div a^n$　＝（　　　　　）

(16)　a^0　＝（　　　　　）

(17)　a^{-n}　＝（　　　　　）

因数分解

(1)　$ma + mb$ ＝（　　　　　　　　　　）

(2)　$a^2 + 2ab + b^2$ ＝（　　　　　　　　　　）

(3)　$a^2 - 2ab + b^2$ ＝（　　　　　　　　　　）

(4)　$x^2 + (a + b)x + ab$ ＝（　　　　　　　　　　）

(5)　$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ ＝（　　　　　　　　　　）

(6)　$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ＝（　　　　　　　　　　）

(7)　$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ＝（　　　　　　　　　　）

(8)　$a^3 + b^3$ ＝（　　　　　　　　　　）

(9)　$a^3 - b^3$ ＝（　　　　　　　　　　）

(10)　$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ ＝（　　　　　　　　　　）

(11)　$acx^2 + (ad + bc)x + bd$ ＝（　　　　　　　　　　）

平方根

① $a>0$　　$\left(\sqrt{a}\right)^2=$

② $\sqrt{a^2}=$

③ $\dfrac{b}{\sqrt{a}}=$　　　　（有理化）

④ $\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=$　　　　（有理化）

⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\dfrac{(\qquad\qquad)}{a-\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^2}$　　有理化

⑥ $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\dfrac{(\qquad\qquad)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-c}$　　有理化

⑦ $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}=\left(\sqrt{(\qquad\qquad)^2}\right)=(\qquad\qquad\qquad)$

⑧ $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\left(\sqrt{(\qquad\qquad)^2}\right)=(\qquad\qquad\qquad)$

（$a>b$）

＜対称式変型＞

⑨ $x^2+y^2\ =(\qquad\qquad\qquad)$

⑩ $x^3+y^3\ =(\qquad\qquad\qquad)$

⑪ $x^2+\dfrac{1}{x^2}\ =(\qquad\qquad\qquad)$

⑫ $x^3+\dfrac{1}{x^3}\ =(\qquad\qquad\qquad)$

1次不等式

$a > b$　のとき　　　$a+c$ (　　　　) $b+c$

$a > b, c > 0$　のとき　　ac (　　　　) bc

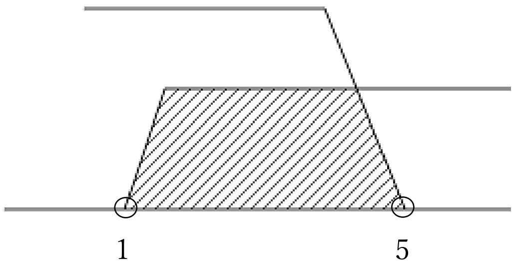
$a > b, c < 0$　のとき　　ac (　　　　) bc

$ax > 1$　の解は

$a > 0$　のとき　（　　　　　　　　）

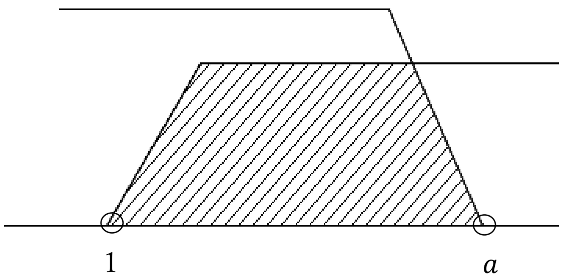
$a = 0$　のとき　（　　　　　　　　）

$a < 0$　のとき　（　　　　　　　　）



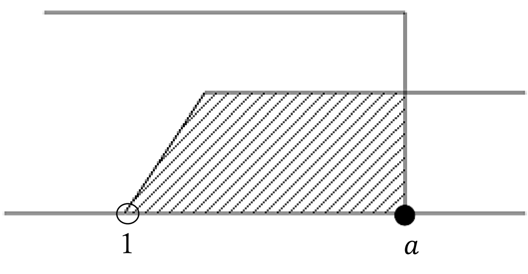
を満たす整数 x の個数は

（　　）個



を満たす整数 x の個数が3個となる a の範囲は

（　　　　　）



を満たす整数 x の個数が3個となる a の範囲は

（　　　　　）

<u>絶対値</u>

$|A| = \{$

$\sqrt{A^2} =$（　　　　　　）$= \{$

$|A| = a$（a は正の数）　⇔　$A =$

$|A| < C$　　⇔　（　　　　　　　　　　　）
　（$C > 0, C$ は定数）

$|A| > C$　　⇔　（　　　　　　　　　　　）
　（$C > 0, C$ は定数）

$|A| = |B|$　⇔（　　　　　　　　　　　）

$|A| < |B|$　⇔（　　　　　　　　　　　）

N－1－6

集合

① x が集合 A の要素のとき　　　x（　　　　　）A　と表わす.

② A が B の部分集合のとき　　　A（　　　　　）B　と表わす.

A が B の部分集合であるとは

x（　　　　　）A　のとき　x（　　　　　）B

また　∅（　　　）と，A 自身も A の（　　　　　）であるから

よって　A= {1,2,3,4}　のとき，A の部分集合は（　　　）個

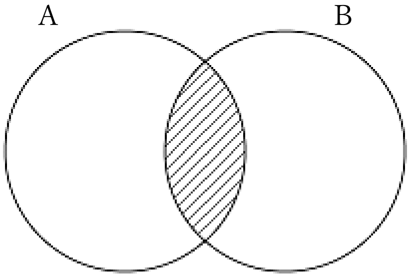
③ ドモルガンの法則

$\overline{A \cap B}$ =（　　　　　　　　　　　）, $\overline{A \cup B}$ =（　　　　　　　　　　　）

$\overline{\overline{A} \cap B}$ =（　　　　　　　　　　　）, $\overline{A \cup \overline{B}}$ =（　　　　　　　　　　　）

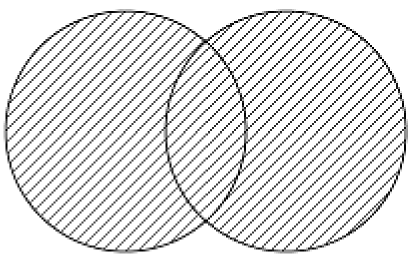
④ 共通部分と和集合

A　　　　　　　　B



A（　　　　　）B　と表わす.

A　　　　　　　　B



A（　　　　　）B　と表わす.

⑤ 集合の要素の個数

n(A∪B) =（　　　　　　　　　　　）

n(A∪B∪C) =（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

①　P　⇒　Q　　　逆　　　（　　　　　）

裏　　　対　偶　　　裏

（　　　　）　逆　　（　　　　　）

もとの命題と対偶命題は（　　　　　　）する.

②　　P であることは Q であるための

（　　　）条件

（　　　　）⇄（　　　　）

（　　　）条件

③　対偶を用いた証明

P ⇒ Q を示すために（　　　　　　　　　）を示す.

④　背理法

結論を（　　　　　）したものを仮定し , 矛盾を導く間接的証明法

$ax^2+bx+c=0$　の解　　$x=$（　　　　　　　　　　）

$ax^2+2b'x+c=0$　　（$b=2b'$）の解は　$x=$（　　　　　　　　　　）

$ax^2+bx+c=0$　において

判別式Ｄ＝（　　　　　　　　　　）とすると

Ｄ＞０　のとき２次方程式は（　　　　　　　　）をもつ．

Ｄ＝０　のとき２次方程式は（　　　　　　　　）をもち，

そのときの $x=$（　　　　　　　　）

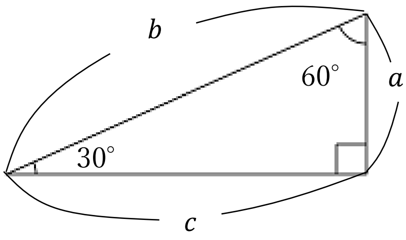
Ｄ＜０　のとき　２次方程式は

異なる２つの（　　　　　　　　）をもつ．

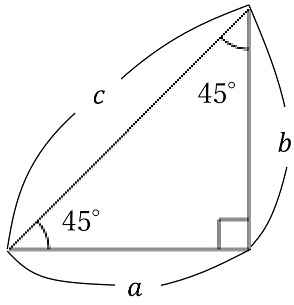
以上より　実数解をもつ条件は（　　　　　　　　）

第２章　図形と計量　　　Ｎ－２－１

①

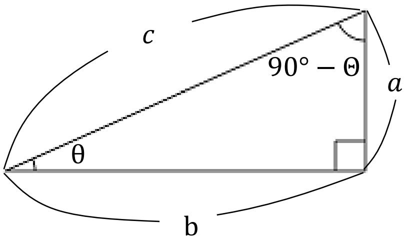


a：b：c ＝（　　　　　　　　）



a：b：c ＝（　　　　　　　　）

②



sin θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

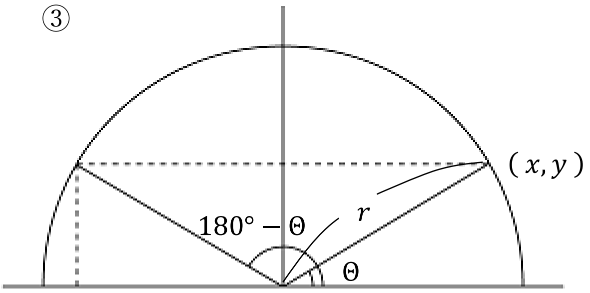
cos θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

tan θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

↑

（ 90° − θ ）の　sin , cos , tan で表わすと

③



sin θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

cos θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

tan θ ＝（　　　　　　）＝（　　　　　　）

↑

（ 180° − θ) の　sin , cos , tan で表わすと

⇓　とくに　$r = 1$　であれば

sin θ ＝（　　　　　　）, cos θ ＝（　　　　　　）, tan θ ＝（　　　　　　）言葉で

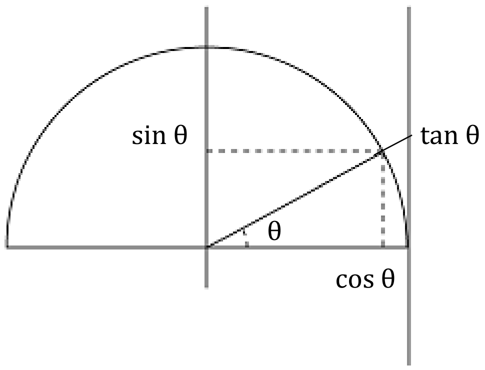
④

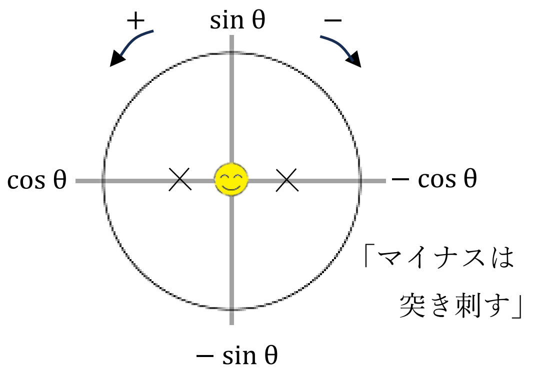
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sin θ									
cos θ									
tan θ									

⑤　相互関係

$$\begin{cases} \sin^2 A + \cos^2 A = (\qquad\quad) \\ \tan A = (\qquad\quad) \\ 1 + (\qquad\quad) = (\qquad\quad) \end{cases}$$

N－2－2





$\sin(90^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(90^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(90^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\sin(90^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(90^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(90^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\sin(180^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(180^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(180^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

参考

$\sin(180^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(180^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(180^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\sin(270^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(270^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(270^\circ-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\sin(270^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(270^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(270^\circ+\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\sin(-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\cos(-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

$\tan(-\theta) =$ (　　　　　　　　　)

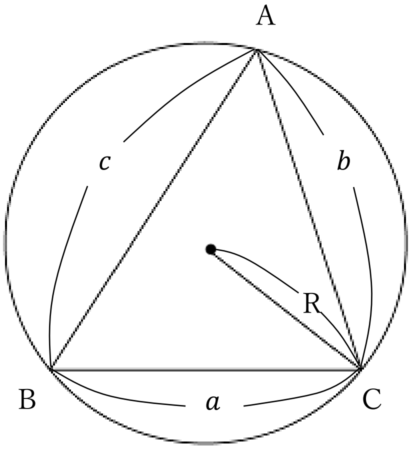
$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ を用いて表す.

（問題）　次の式の値を求めよ.

$$\sin(180^\circ-\theta)\cos(90^\circ-\theta)-\sin(90^\circ-\theta)\cos(180^\circ-\theta)$$

N－2－3

(1)　正弦定理

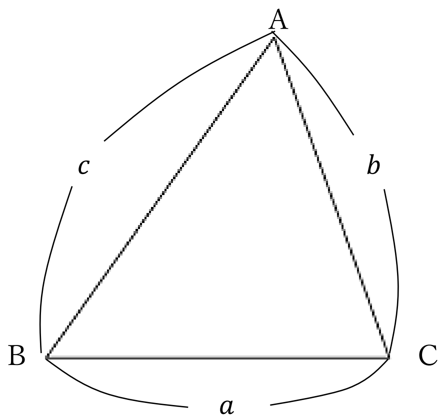


$$\frac{(\quad\quad)}{(\quad\quad)} = \frac{(\quad\quad)}{(\quad\quad)} = \frac{(\quad\quad)}{(\quad\quad)} = (\quad\quad)$$

$\sin A =$（　　　）,$\sin B =$（　　　）,$\sin C =$（　　　）

より　$\sin A : \sin B : \sin C =$（　　　　　）

(2)　余弦定理



$a^2 =$（　　　　　　　　　　）

$\cos A =$（　　　　　　　　　）

⇒　$\cos A < 0$ のとき三角形 ABC は

（　　　　　）三角形

$\cos A = 0$ のとき三角形 ABC は

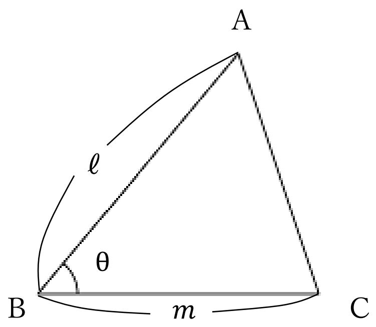
（　　　　　）三角形

$\cos A > 0$ のとき三角形 ABC は

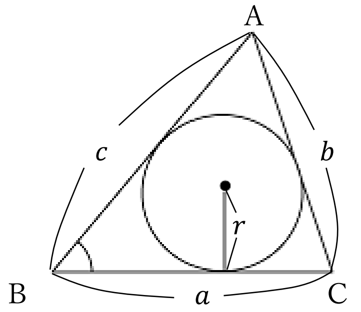
（　　　　　）三角形

ただし　a は最長辺となる.

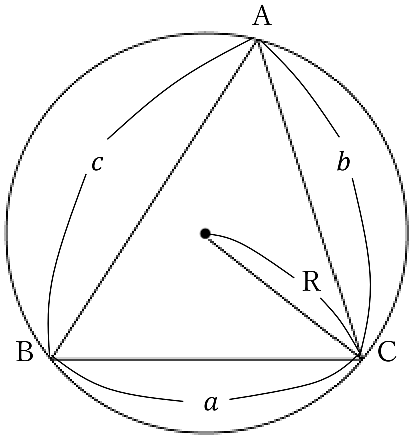
(3)　三角形 ABC の面積 S



S =（　　　　　　　　　　　　）

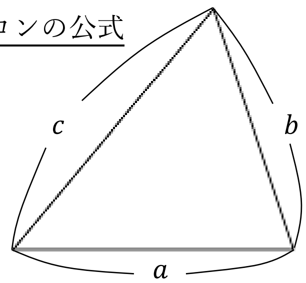


S＝（　　　　　　　　　　　　　　）



S＝（　　　　　　　　　　　　　　）

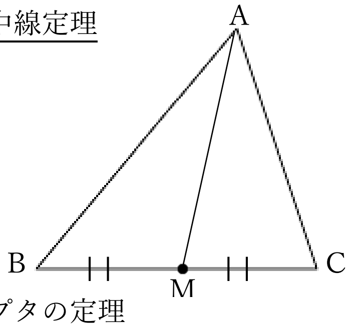
ヘロンの公式



(　　　　　　)＝s　とおくと

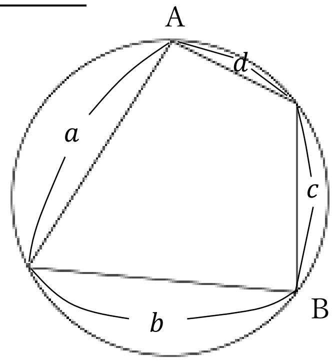
S＝（　　　　　　　　　　　　　　　　）

中線定理



（　　　　　　　　　　　　　　）

グプタの定理



(　　　　　　)＝ s　とおくと

四角形 ABCD の面積 S

S＝（　　　　　　　　　　　　　　）

（ついでに）

∠A＋∠B＝（　　　　　　）

3章　2次関数　　　　　　　　　　　　　　　　N－3－1

・　$y = a(x-p)^2 + q$　　　$(a \neq 0)$

　　頂点（　　　，　　　），　軸　$x =$（　　　　　　）

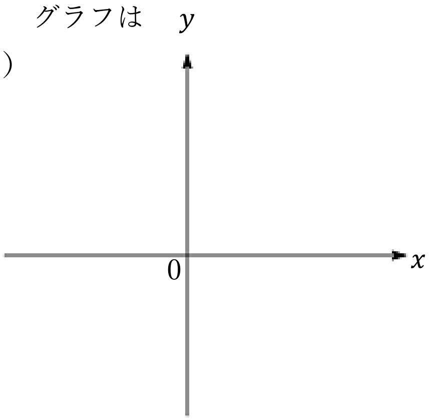
　　y 切片（　　　，　　　）　となる放物線

・　$y = ax^2 + bx + c$　　　　　$(a \neq 0)$

　　軸　$x =$（　　　　　），　y 切片（　　　　　）

・　$y = 3x^2 + 6x - 1$　のグラフを描くと，

グラフは



平方完成し

$y = \Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\Big)$

頂点（　　　　　），　軸（　　　　　），y 切片（　　　　　）

・　$y = f(x)$ を x 軸方向に　p，　y 軸方向に q 平行移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

・　$y = f(x)$ を x 軸に関して対称移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

・　$y = f(x)$ を y 軸に関して対称移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

・　$y = f(x)$ を 原点に関して対称移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

・　$y = f(x)$ を 直線 $x = p$ に関して対称移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

・　$y = f(x)$ を 点（s , t ）に関して対称移動すると

　　　（　　　　　　　　　　）

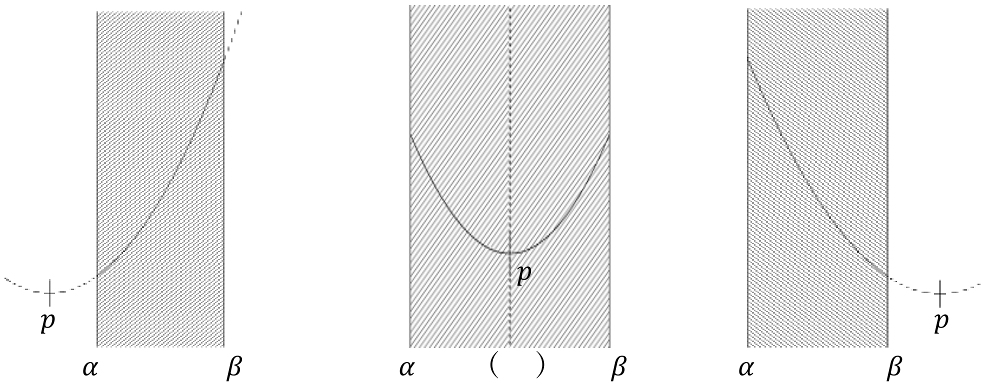
（問題）（1）関数 $y = f(x)$ を x 軸方向に 5, y 軸方向に -7 だけ平行移動し, さらに y 軸に関して対称移動した後, 原点に関し対称移動したものを $y = g(x)$ とする. $g(x)$ を求めよ.

（2）（1）で $f(x) = 2x^2$ のとき, $g(x)$ を求めよ.

2次関数の最大・最小

・変域と軸の位置での場合分け

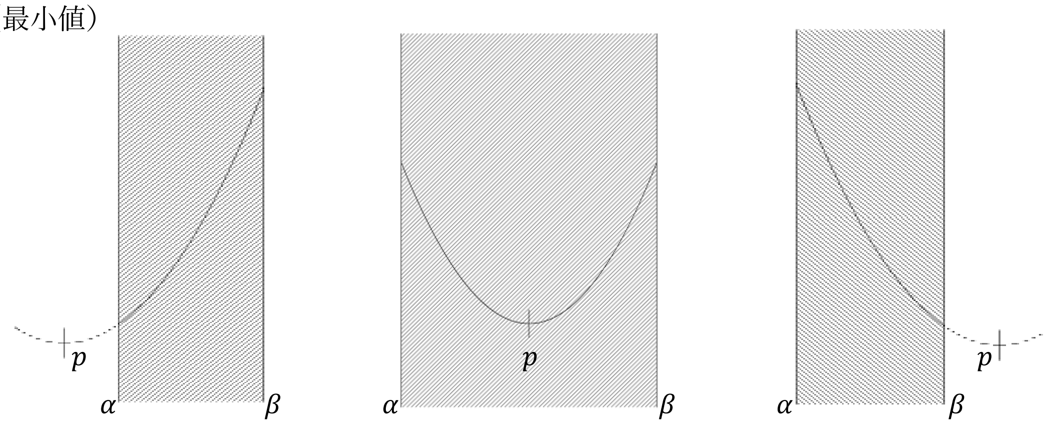
（最大値）　$\alpha \leqq x \leqq \beta$　で　軸を $x = p$　とすると



p（　　）（　　）のとき　　$p =$（　　　）のとき　　（　　　）$< p$ のとき

f（　　）　　　f（　　）$= f$（　　）　　　f（　　）

（最小値）



p（　　）（　　）　のとき　　（　　）（　　）p　（　　）（　　）　　（　　）（　　）p

のとき　　　　のとき

f（　　）　　　f（　　）　　　f（　　）

（問題）　　$y = x^2 - 2ax + 1$

（1）　$0 \leqq x \leqq 2$　における最大値を求めよ.

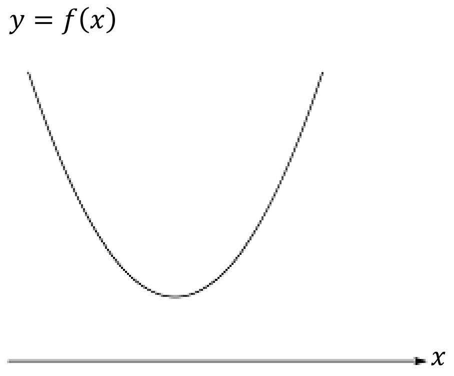
（2）　$0 \leqq x \leqq 2$　における最小値を求めよ.

<研究>　最大値，最小値になりうるのは　$f(0)$，$f(2)$，$f(a)$の

いずれかであるから,先にこの３つのグラフを描いてから求めるのも有効.

（問題）　$y = x^2 - 4x$ の　$a \leqq x \leqq a + 2$ における最小値 Mと最大値 m を求めよ.

2次不等式



$y=f(x)$ のグラフが左のようになるとき

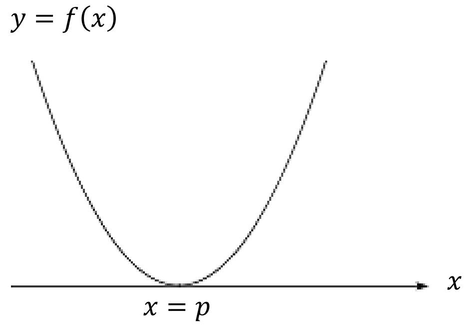
判別式　D（　　　）0

$f(x)>0$ の解（　　　　　）

$f(x)\geqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)\leqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)<0$ の解（　　　　　）



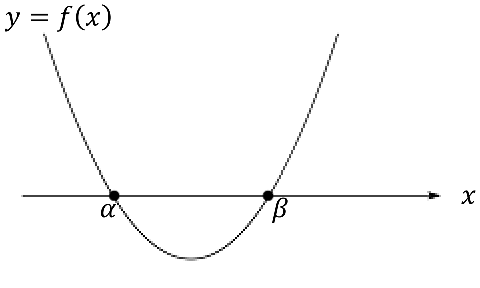
判別式　D（　　　）0

$f(x)>0$ の解（　　　　　）

$f(x)\geqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)\leqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)<0$ の解（　　　　　）



判別式　D（　　　）0

$f(x)>0$ の解（　　　　　）

$f(x)\geqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)\leqq 0$ の解（　　　　　）

$f(x)<0$ の解（　　　　　）

（問題）　次の2次不等式を解け

①　$x^2+x+1>0$　　②　$x^2+x+1<0$

③　$x^2-2x+1>0$　　④　$x^2-2x+1\leqq 0$

⑤　$x^2-x-2\geqq 0$　　⑥　$x^2-x-2<0$

<u>2 次関数の決定</u>　　N－3－4

※　未知数を使って 2 次関数の方程式をつくり，
　　最後に通る点を代入する

頂点が（ p , q ）の 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

軸が　$x = p$　の 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

x 軸で接する 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

x 切片が　$x =\ \alpha\ ,\ \beta$　の 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

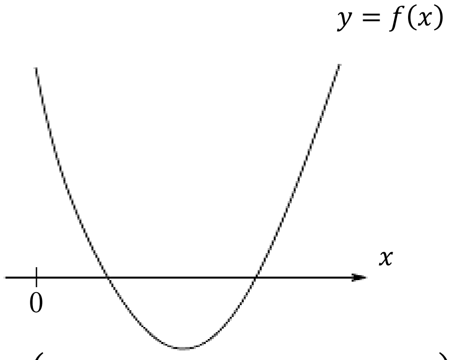
3 点を通る 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

頂点が　$y = x + 2$ 上にある 2 次関数
（　　　　　　　　　　　　　）とおく

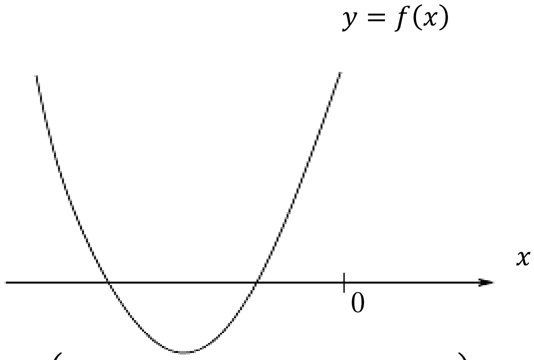
（問題）次のような放物線はどのようにおけばよいか
（求めなくてよい）

①　頂点が（ 3 , 2 ）の放物線は（　　　　　　　　　　）
②　軸が　$x = 2$ の放物線は　（　　　　　　　　　　）
③　(5 , 0) で x 軸に接する放物線は（　　　　　　　　　　）
④　x 切片が $x = 3$, 5 の放物線は（　　　　　　　　　　）
⑤　3 点 (1 , 2) (3 , 5) (4 , 6) を通る放物線は（　　　　　　　　　　）
⑥　頂点が $y = 2x + 3$ 上にある放物線は（　　　　　　　　　　）

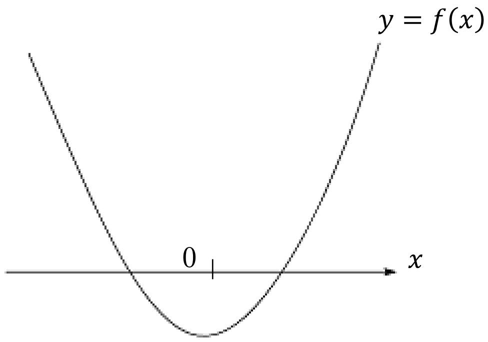
$y=f(x)$ のグラフと　x 軸 が次のように交わる条件を答えよ.
（ただし , グラフはすべて x 軸と異なる 2 点で交わり , 判別式は D としてよい. ）



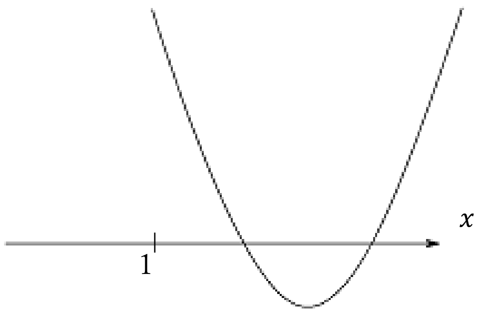
(　　　　　　　　　　)



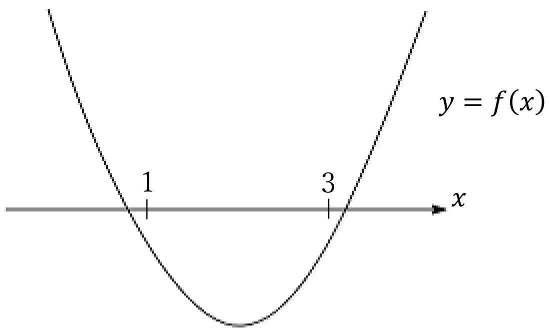
(　　　　　　　　　　)



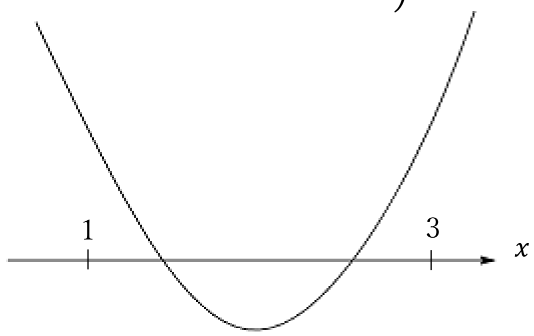
(　　　　　　　　　　)



(　　　　　　　　　　)



(　　　　　　　　　　)



(　　　　　　　　　　)

（問題）２次方程式　$x^2-ax+4=0$ が次の条件を満たすような a の値の範囲を求めよ.

（1）２つの解がともに 3 より小さい.

（2）１つの解が 3 より大きく, 他の解が 1 より小さい.

第４章　データの分析　　　　　　　　　　　　　　　　Ｎ－４－１

データが　$x_1, x_2, x_3, \ldots.\ x_n$ のとき，　データの大きさは（　　　　　　）

$x_1 \leqq x_2 \leqq x_3 \leqq \ \cdots \leqq x_n$ のとき，　データの範囲は（　　　　　　）

　また平均値は　$\bar{x} =$（　　　　　　　　　　　）

中央値は　データが奇数のときと, 偶然のとき,

$x_1, x_2, x_3, \ldots.\quad, x_{2n+1}$　のとき　$x_{(\quad)}$

データが偶数のとき

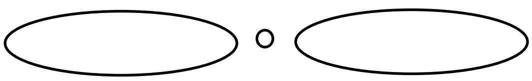
$x_1, x_2, x_3, \ldots.\quad, x_{2n}$　のとき　$\dfrac{x_{(\quad)} + x_{(\quad)}}{(\quad)}$

中央値は Q_2（第２四分位数）とも表わし，

　下位データの中央値が　　$\mathrm{Q}_{(\quad)}$　・・・　第（　　）四分位数

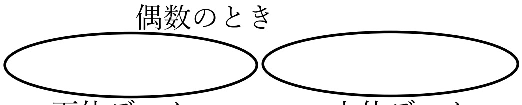
　上位データの中央値が　　$\mathrm{Q}_{(\quad)}$　・・・　第（　　）四分位数

ただし　　奇数のとき



下位データ　　　　　　上位データ

偶数のとき

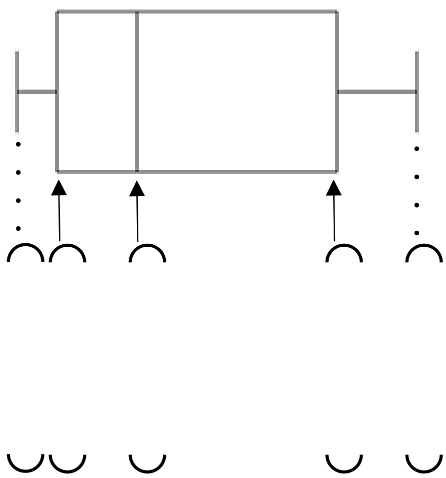


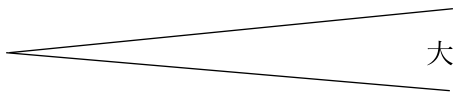
下位データ　　　　　　上位データ

四分位範囲は　　（　　　　　）

四分位偏差は　　（　　　　　）

箱ひげ図

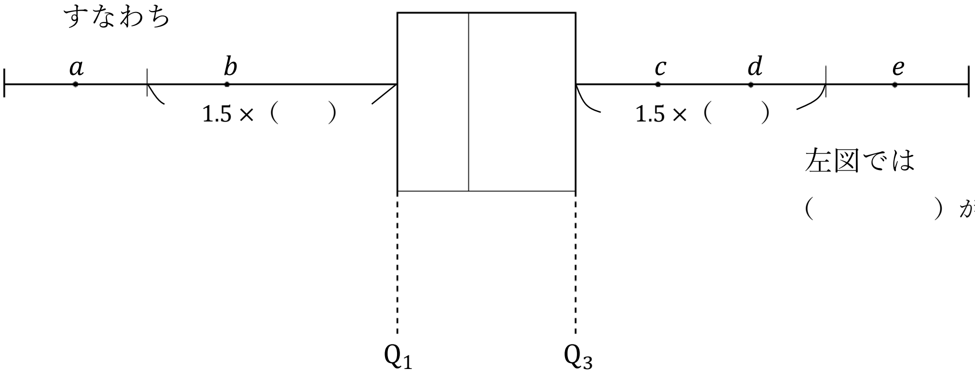




外れ値

外れ値　≦　$Q_{(\ )}-1.5\times$（　　　），　$Q_{(\ )}+1.5\times$（　　　）≦　外れ値

すなわち



左図では

（　　　　　）が外れ値となる

（問題）

次のデータの箱ひげ図をかき，外れ値を答えよ．

（1）　32, 27, 25, 33, 10, 30, 34, 45, 19, 37（mg）

（2）　8, 25, 15, 23, 50, 0, 12, 20, 22（点）

（問題）

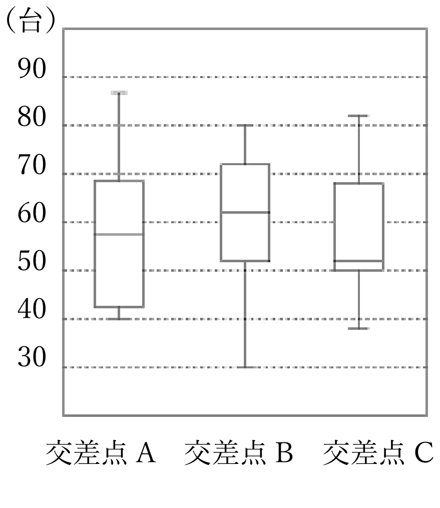
下の図は３つの交差点 A, B, C で 15 日間毎日同時刻から１時間に通過する自転車の台数を調べて，箱ひげ図に表したものである．

（1）　データの散らばりの度合いが一番大きいのは，どの交差点か．

（2）　通過台数が５５台未満の日が８日以上あったのはどの交差点か．

（3）　通過台数が７０台以上の日が４日以上あったのはどの交差点か．

（4）　交差点 A で通過台数が８０台を超えなかった日は最大で何日あると考えられるか．



データが　$x_1, x_2, x_3, \ldots.\ x_n$ の平均値を　$\bar{x}$　とすると，

分散　$S^2 =$（　　　　　　　　　　　）（定義）

または　$S^2 =$（　　　　　　　　　　　）　公式

標準偏差　$S\ =$（　　　　　　　　　　　）

相関係数　r　（　２つの変量を x, y とすると　）

$$r = \frac{(\qquad\qquad)}{(\qquad)\times(\qquad)}$$

ここで　S_x, S_y は　x, y の標準偏差であり x, y の平均 $\bar{x}, \bar{y}$ を用いて，

共分散　$S_{xy} =$（　　　　　　　　　　　）（定義）

または

$S_{xy} =$（　　　　　　　　　　　）　公式

データの加工は偏差　$(x-\bar{x})$　に注目すると

		得点に $+a$	得点を k 倍
偏差	$x-\bar{x}$	（　　　　）	（　　　　）
分散	$(x-\bar{x})^2$	（　　　　）	（　　　　）
標準偏差	$\sqrt{(x-\bar{x})^2}$	（　　　　）	（　　　　）
共分散	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	（　　　　）	（　　　　） x を k 倍，y を ℓ 倍
相関係数	$\frac{S_{xy}}{S_x S_y}$	（　　　　）	（　　　　）

（注）仮平均で用いる

(問題)

(1) 定義を用いて

$$S^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2,\quad S_{xy}=\overline{xy}-\bar{x}\cdot\bar{y}$$ を証明せよ.

(2) 次の変量 x の平均値 $\bar{x}$, 標準偏差 S_x とする.

仮平均 $x_0=300,\ u=\dfrac{x-x_0}{6}$ としたときの平均値 $\bar{u}$, 標準偏差 S_u

を用いて $\bar{x}$, S_x を求めよ. ただし, $\{x_n\}=\left\{306,\ 312,\ 288,\ 330,\ 284\right\}$

(3) 5 人の生徒について, 数学と英語の小テストを実施した結果は次の表のような成績であった.相関係数 r を求めよ. ただし $\sqrt{7}=2.6$ とする.

番号	1	2	3	4	5
数学得点	3	4	4	4	5
英語得点	3	8	6	7	6

仮説検定の考え方

(i) 主張すべき仮説 H を立てる

(ii) 基準となる確率を求める (0.01, 0.05 等)

(iii) H が起こる確率を求める

(iv) H が起こる確率 < 基準となる確率 → 仮説 H は（棄却・採択）

H が起こる確率 > 基準となる確率 → 仮説 H は（棄却・採択）

(問題)

P 社では, これまで販売していた商品 A を改良した商品 B を作り, 20 人に商品 A, B のどちらが使いやすいかを比べてもらったところ, 16 人が商品 B の方が使いやすいと答えた.

このとき, 商品 B は, 商品 A より使いやすくなったと判断してよいかを考える.

このことについて考えるため, 表と裏の出方が同様に確からしい 20 枚のコインを同時に投げる作業を２００回行ったところ, 表の出た枚数は以下のようになった.

枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
度数	0	1	0	1	3	7	14	24	31	35	32	24	15	7	3	1	0	1	1	0

上記の結果を用いて, 次の問いに答えよ.

(1) 基準となる確率が 0.05 のとき, 商品 B は商品 A より使いやすくなったと判断できるか.

(2) 基準となる確率が 0.01 のとき, 商品 B は商品 A より使いやすくなったと判断できるか.

第５章　図形の性質　　　　　　　　N－５－１

① <u>三角形の成立条件</u>

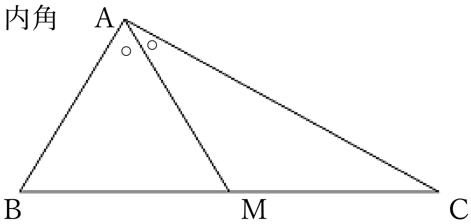
$$\left.\begin{cases} a < (\qquad) \\ b < (\qquad) \\ c < (\qquad) \end{cases}\right\} \longrightarrow (\qquad\qquad) < a \Big\} \ (\qquad) < a < (\qquad)$$

a が最長辺であれば

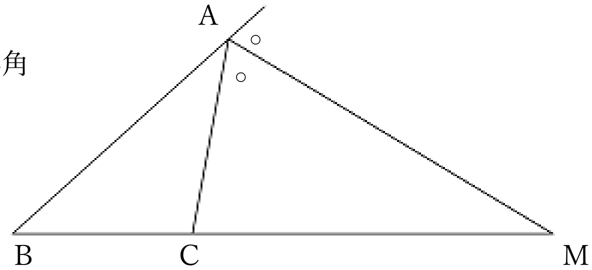
（　　　　　　　　　　　　　）のみ成立すればよし

② <u>角の二等分定理</u>

内角



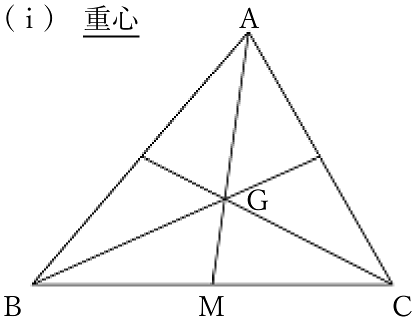
外角



（　　　　　　　　　　　　　　　　　）（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

③ <u>三角形の五心</u>

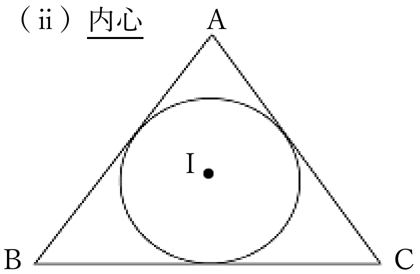
（ｉ） <u>重心</u>



（　　　　　　　　　　）の交点で

AG：GM＝（　　　　：　　　　）

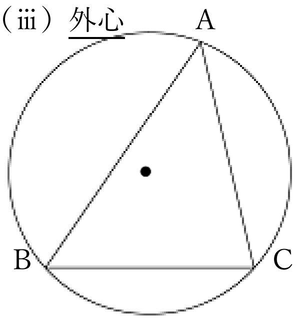
（ⅱ）<u>内心</u>



（　　　　　　　　　　）の交点で

∠BIC＝（　　　　　　　　　）

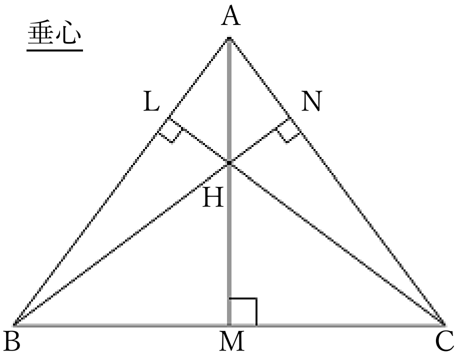
（ⅲ）<u>外心</u>



（　　　　　　　　　　）の交点で

∠BOC＝（　　　　　　　　　）

（iv） 垂心

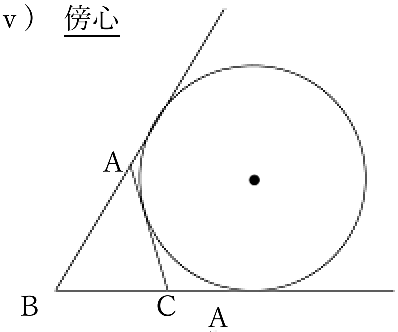


（　　　　　　　　　）の交点で

⊿LMN の（　　　　　　　）

でもある．

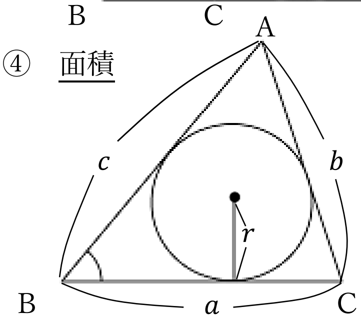
（v） 傍心



（　　　　　　　　　）の交点で 1 つの三角形に

（　　　　　　　　　）個ある．

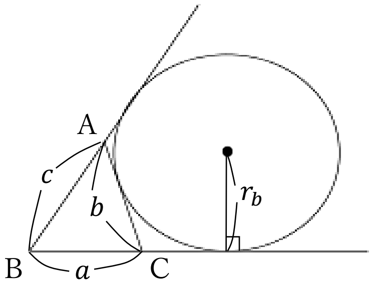
④ 面積



内接円の半径 r を用いて

⊿ABC の面積

S＝（　　　　　　　　　　　）



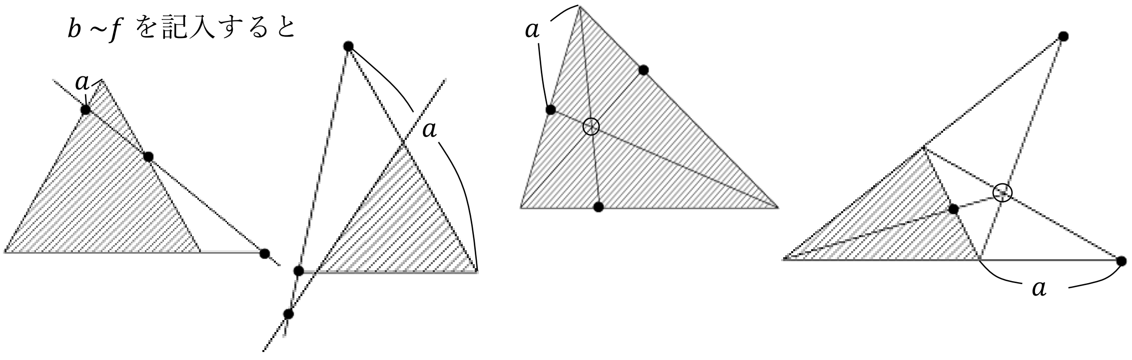
傍接円の半径 r_b を用いて

⊿ABC の面積

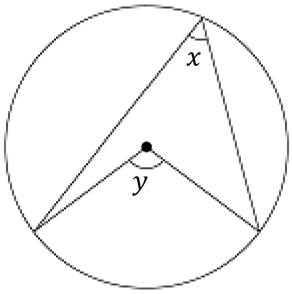
S＝（　　　　　　　　　　　）

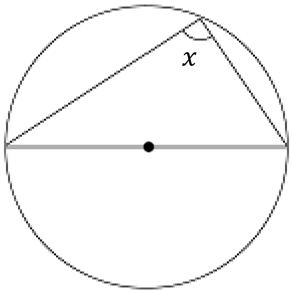
⑤ メネラウスの定理，チェバの定理　$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}\times\frac{f}{e}=$（　　　　　）

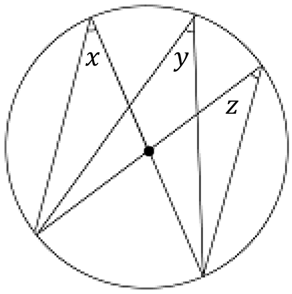
$b \sim f$ を記入すると



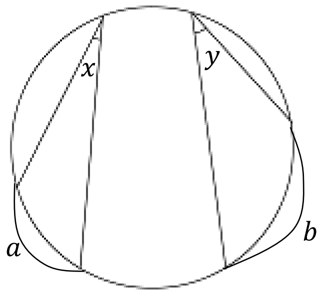
円周角の定理







$y=$（　　　　　　　　）　$x=$（　　　　　　　　）　（　　　）＝（　　　）＝（　　　）

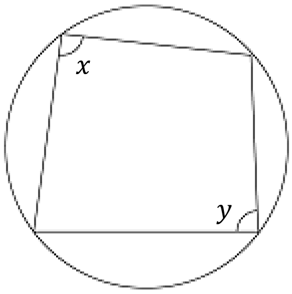


$x:y$

＝（　　：　　）

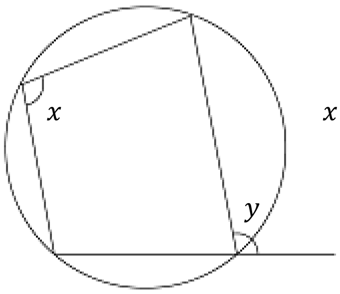
円周角$=180°\times\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

内接四角形の定理



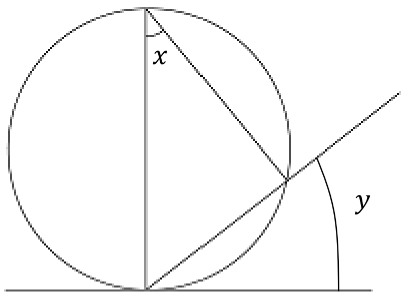
$x+y$

＝（　　　　　　）



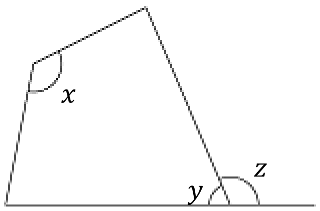
$x=$（　　　　）

接弦定理

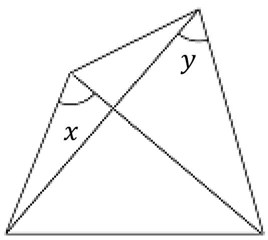


$x=$（　　　　　　　）

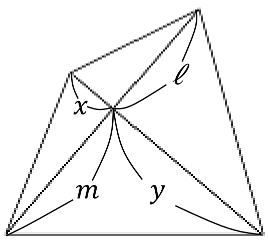
共円条件（四角形が円に内接する条件）　　　　　　　　N－5－4



$x + y =$（　　　　　）
または
　$x =$（　　　　　）

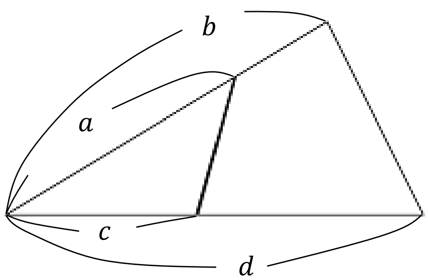


$x =$（　　　　　）



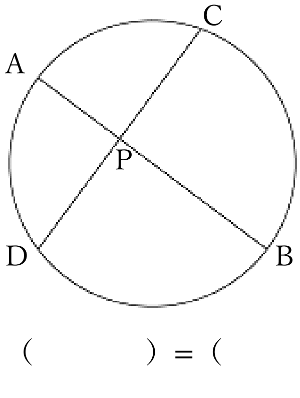
（　　　　　）＝（　　　　　）

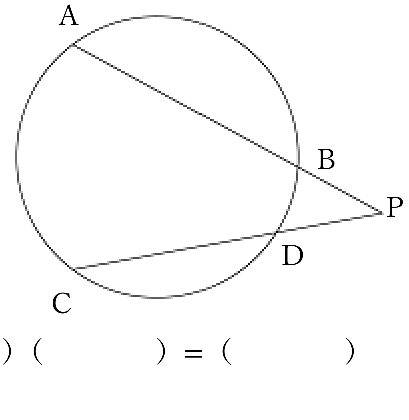
方べきの定理の逆

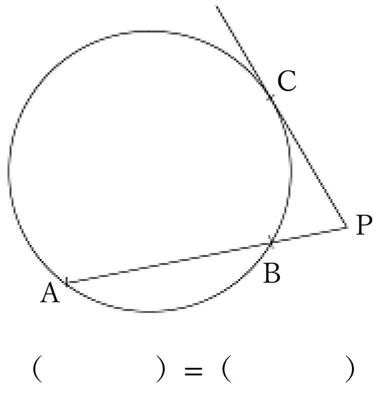


（　　　　　）＝（　　　　　）

方べきの定理







（　　　　）＝（　　　　）（　　　　）＝（　　　　）　（　　　　）＝（　　　　）

第６章　場合の数と確率　　　　　　　　　　　　Ｎ－６－１

順列と組合せ

①　１,２,３,４より　２つ選びだす順列をかきだすと,
重複許さず

（　　　　　　　　　　　　　　）の（　　　　　）通り

これを計算式で求めると
（　　　　　　　　　　）

一般に異なる n 個より r 個取りだす順列は

$$({\quad})\mathrm{P}({\quad}) = \underset{\text{階乗を用いた定義式}}{\underline{(\qquad\qquad\qquad\qquad)}}$$

とくに　${}_n\mathrm{P}_n$ ＝（　　　　　）

また異なる n 個より，重複を許して r 個取りだす順列は

$({\quad})\pi({\quad})$ ＝（　　　　　）

たとえば　１,２,３,４　より　重複を許し　２つ選びだす順列は

（　　　　　　　）通りある

②　１,２,３,４より　３つ選ぶ組合せをかきだすと
重複許さず

（　　　　　　　　　　　　　　）の（　　　　　）通り

これを計算式で求めると
（　　　　　　　　　）

一般に異なる n 個より r 個取りだす組合せは

$$({\quad})\mathrm{C}({\quad}) = \underset{\text{階乗を用いた定義式}}{\underline{(\qquad\qquad\qquad\qquad)}}$$

また異なる n 個より， 重複を許して r 個取りだす組合せは

$_{(\quad)}H_{(\quad)} = {}_{(\qquad)}C_{(\qquad)}$ で求まる.

（問題）

（1） りんご , みかん , かきの 3 種類のくだもので ,
7 個入りのくだものかごを作りたい.
何種類のくだものかごが出来るか,
ただし , 入ってないくだものがあってもよい.
（　　　　　　　　　　　　　）

（2） $x+y+z=7 \quad (x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$
（　　　　　　　　　　　　　）

（3） $x+y+z=7 \quad (x \geqq 0, y \geqq 1, z \geqq 2)$
（　　　　　　　　　　　　　）

③ 同じものを含む順列

$\underbrace{a, a, \ldots a}_{p\text{個}} \underbrace{b, b \ldots b}_{q\text{個}} \underbrace{c, c, \ldots c}_{r\text{個}}$ の順列は

（　　　　　　）通り

④ 異なる n 個の玉を円周上に並べる並べ方は

（　　　　　　）通り

異なる n 個の玉でネックレスは

（　　　　　　）種類出来る.

⑤　グループ分け

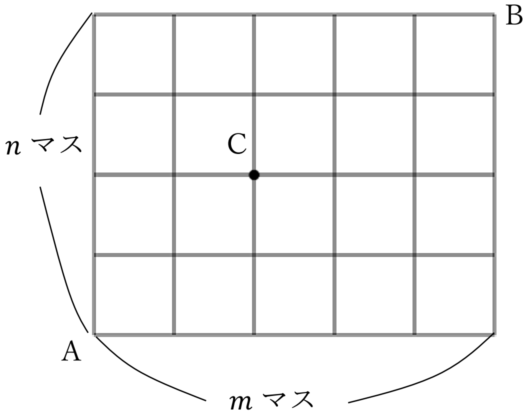
手順はグループを区別し人数の等しい
グループの入れかえによる重複を考える.

（例）①　9 人を 3 人ずつ A , B , C　3 つのグループに
分ける分け方は何通りか.
(　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

②　9 人を 3 人ずつ 3 つのグループに分ける分け方は
何通りか.
(　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

③　17 人を　4 人 , 4 人 , 3 人 , 3 人 , 3 人 , の 5 つの
グループに分ける分け方は何通りか,
ただし $_nC_r$ を用いた式のみでよい
(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

⑥　最短経路



$m \times n$　の経路で
A → B までの最短経路 n

(　　) C (　　)

または
(　　　　　　　　　　　)
同じもの含む順列

(問題) ⑥ の図で

（１）　A → B の最短経路は何通りか.

(　　　　　　　　　　　　　)

（２）　途中 C を通り　A → B への経路は何通りか.

(　　　　　　　　　　　　　)

⑦　図形と組合せ

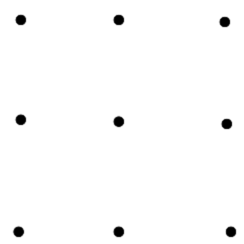
（ i ）　n 角形の対角線は

(　　　　　　　)　←　${}_nC_r$ を用いて

一直線上に並ぶ 3 点を通る直線は 1 本 , 三角形は 0 個に注意すると

(問題)

（ ii ）



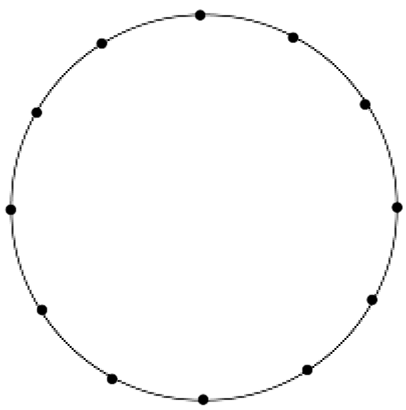
①　左の図で 3 点を結んで三角形は何個できるか.

(　　　　　　　　　　　　　)

②　異なる直線は何本ひけるか.

(　　　　　　　　　　　　　)

（ iii ）　等間隔に 12 点



①　三角形は何個出来るか.

(　　　　　　　　　　　)

②　二等辺三角形は何個出来るか.

(　　　　　　　　　　　)

③　直角三角形は何個出来るか.

(　　　　　　　　　　　)

確率　　N－6－5

条件付確率

1つの試行における2つの事象 A , B において

A が起こったとき , B が起こる条件付確率

$P_A(B) = \left(\dfrac{\qquad}{\qquad} \right)$

これより

P(A∩B) =（　　　　　　　　　　）乗法定理

（例）くじが10本あり , これを A , B の順に引くとき , 当たりが3本なら

A と B がともに当たる確率は（ただし , くじは元に戻さない）

（　　　　　　　　　　　　　　　）

一度ひいたくじをその都度 , 元にもどすならば

P(A∩B) =（　　　　　　　　　　）

すなわち，　P(A∩B) = P(A) × P(B)　が成り立つ.

このとき　事象 A と B は（　　　　）であるという.

和事象の確率

P(A∪B) =（　　　　　　　　　　　）

特に A と B が排反のとき　P(A∩B) =（　　　　　　　　）だから

A∩B =（　　　）

P(A∪B) =（　　　　　　　　　　）加法定理

余事象の確率

P(A) =（　　　　　　　　）

（注）少なくとも　～　で使うことが多い（少なくとも1個＝1回以上）

（例）　さいころを 5 回投げて, 出た目の最大を X とする.

（1）　P（X ≦ 5）　を求めよ.

（2）　P（X ＝5）　を求めよ.

反復試行の確率

1 回の試行で事象 A の起こる確率を p とする.
n 回の試行のうち, 事象 A がちょうど　r 回起こる確率は

(　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

（問題）（1）　さいころを 5 回投げたとき, 2 以下の目が, ちょうど 2 回出る確率を求めよ.

（2）　（先勝確率）

A と B が試合をして, 先に 3 勝した方が優勝とする.

A が勝つ確率が $\frac{2}{3}$ のとき,（引き分けはないとする）

A が優勝する確率を求めよ.

確率を最大とする n

(　　　　　　　　　　　)を解いて考える.

（例）さいころを 50 回投げるとき, 1 の目が出る回数は何回のときの確率が最大となるか調べよ.

期待値

試行の結果によって定まる変数 X のとりうる値が $x_1, x_2, \cdots, x_n$ として,
それぞれの値をとる確率が $P_1, P_2, \cdots, P_n$ であるとき, X の期待値

E(X) =（　　　　　　　　　　　）

また　a, b を定数として,

$\mathrm{E}(a\mathrm{X}+b)$ =（　　　　　　　　）

$\mathrm{E}(a\mathrm{X}+b\mathrm{Y})$ =（　　　　　　　　）

（注）X, Y は確率変数

（問題）

(1)　黒玉４個と白玉３個が入っている箱の中から３個の玉を同時に取り出すとき，
　　取り出される白玉の個数の期待値を求めよ.

(2)　25本のくじの中に当たりくじが５本ある. このくじを３回続けてひいたときの
　　当たりくじの本数の期待値を求めよ.

(3)　A, B２人が１個のさいころを２回ずつ投げ, 出た目の数の差の小さい方が
　　賞金９００円をもらい, 引き分けなら４５０円ずつもらえるゲームがある.
　　ところが１回目にAが3, Bが５の目を出したところで停電になりゲームを中止した.
　　このままゲームを続行したときのA, Bそれぞれがもらえる賞金額の期待値を求めよ.

第７章　数学と人間の活動　　　　　　　　　　　　Ｎ－７－１

整数（１）

①　倍数の見分け方

2 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

3 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

4 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

5 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

6 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

8 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

9 の倍数・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

②　素数とは（　　　　　　　　　　）の自然数（正の整数）で

小さい順に５個あげるならば（　　　　　　　　　　）

素数でない数（合成数）を考えると、２個以上の素数の積となるので、

その小さい方に注目すると小さい方を p とするとき、

その合成数は（　　　　　）以上の数である.このことから１００以下の

合成数は（　　　　　　　　）のいずれかの倍数である.

（例）２９３が素数かどうか調べるには（　　　　　　　　　）の

いずれの倍数でもなければ素数といえる.

この意味は

（　　　　　　　　　　　　　　　）

③ $\begin{cases} \mathrm{A} = ga \\ \mathrm{B} = gb \end{cases}$　（ a , b は互いに素 ）

このとき　A , B の最大公約数 G . C . M . =（　　　　　）

A , B の最小公倍数 L . C . M . =（　　　　　）

なので　AB =（　　　　　）が成り立つ.

④　$\mathrm{N} = a^x \times b^y \times c^z$　と素因数分解出来るとき,

N の約数の個数は（　　　　　　　）であり,

約数の総和は（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）となる.

⑤　A を B で割ると商 Q , 余り R のとき,

A＝B×(　　　　)　＋　(　　　　)

ここで A と B が　P の倍数ならば（　　　　）も

P の倍数であるから

⇔　A と B の最大公約数は（　　　　）と（　　　　）との

最大公約数に等しい

（例）　１４３と６５の最大公約数は

１４３	６５

これより（　　　　）

⑥　合同式

$100-1=9\times(\quad)$

このとき　$100\equiv 1 \quad mod\,(\quad)$

このように　$a-b=p\times k$　(p の倍数)

のとき　$a\equiv b \quad mod\,(\quad)$とかく

$100=7\times(\quad)+(\quad)$

だから　$100-(\quad)=7\times(\quad)$

つまり　$100\equiv(\quad) \quad mod\,7$

合同式の性質

$a\equiv b$,　$c\equiv d$ $(mod\,k)$

$a+c\equiv(\qquad)$

$a-c\equiv(\qquad)$

$a\times c\equiv(\qquad)$

$a^n\equiv(\qquad)$

$na\equiv nb\,(\ mod\ mn\ )$　のとき,

$a\equiv b\ \ (\ mod\,(\quad)\ )$

$na\equiv nb\,(\ mod\ k\quad n,k$ は互いに素)

$a\equiv b\ \ (\ mod\,(\quad)\ )$

このようにある数はその数を法で割った余りとは

合同であり（　その値から± 法としたものとも合同　）

また　$a\equiv b\,(\,mod\,k\,)$ のとき

a を k で割った余りと b を k で割った余りは

等しいので , 余りの問題で合同式は有効である.

（例）法を 7 とし 100 と合同な値を 3 つあげると

(　　　　　)

（例 1）　1234 を 9 で割った余りは

$1234\ \equiv\ 1\times(\quad)+2\times(\quad)+3\times(\quad)+4$

$\equiv\ 1\times(\quad)+2\times(\quad)+3\times(\quad)+4$

$\equiv$（　　　　）　　より　余りは（　　　　）

（例 2）　2 桁の整数 n で 3 乗すると下 2 桁が３６となる n をすべて求めよ.

整数（2）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**N－7－3**

① $17(x-3)+9(y+2)=0$　を満たす整数 x, y を整数 k を用いて表わすと，17 と 9 が互いに素のとき，

$$\begin{cases} x-3=(\qquad\qquad) \\ y+2=(\qquad\qquad) \end{cases} \text{より} \begin{cases} x=(\qquad\qquad) \\ y=(\qquad\qquad) \quad k \text{ は整数} \end{cases}$$

② $xy+ax+by=$（　　　　　）（　　　　　）－（　　　　　）

（例）

$xy+3x+2y=1$

（　　　　　）（　　　　　）＝（　　　　　）より

$x+2, y+3$　は（　　　　　）の約数の組合わせ

③ ケーキ分配法

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$　を満たす自然数 a, b, c　の組は

$a \leqq b \leqq c$ で探すとき

$\dfrac{(\ )}{a} \geqq 1$　より　$a \leqq$（　　　）が必要条件

④ だ円型

（　　　　　）$\geqq 0$　が必要条件

（例）　$x^2-xy+2y^2=16$　を満たす自然数 (x, y)

$x^2-xy+2y^2-16=0$　より

$\mathrm{D}=$（　　　　　）$\geqq 0$　から　$y=$（　　　　　）が必要

問題

（1）① において $|x+y|$ の値が小さい順に (x, y) の組を 3 組求めよ.

（2）② を満たす整数 (x, y) の組をすべて求めよ.

（3）③ を満たす自然数 (x, y) の組をすべて求めよ.

⑤　n 進法

1 つの位に（　　　　）たまれば上の位にくり上げる

（例）　10 進法の 40 を 2 進法で表すと

2) 40
2) 20 ・・・ 0
2) 10 ・・・ 0
2) 5 ・・・ 0
2) 2 ・・・ 1
　　1 ・・・ 0

よって
40 ＝（　　　　　　　　）$_{(2)}$

逆に　2 進法 $101000_{(2)}$ を 10 進法で表すと
（　　　　　　　　　　　　）

10 進法　　0.625　を 2 進法の小数で表わすと，
（　　　　　　　　　　　　）

⑥　連続する整数の積

連続する 2 つの整数の積は（　　　　　）の倍数

連続する 3 つの整数の積は（　　　　　）の倍数

<　MEMO　>

< MEMO >

< MEMO >

<　MEMO　>