数Ⅲ・C　完全攻略マニュアル

（２０２５年度版）

数企進

INDEX

数学Ⅲ

1 章　関数　Z－1－1

2 章　極限　Z－2－1

3 章　微分法　Z－3－1

4 章　微分法の応用　Z－4－1

5 章　積分法　Z－5－1

6 章　積分法の応用　Z－6－1

数学 C

7 章　平面上のベクトル　Z－7－1

8 章　空間のベクトル　Z－8－1

9 章　複素数平面　Z－9－1

10 章　式と曲線　Z－10－1

１章　関数　　Z－１－1

1.　分数関数と無理関数

$y=\dfrac{a}{x-p}+q$ は漸近線が $x=$（　　　），$y=$（　　　）

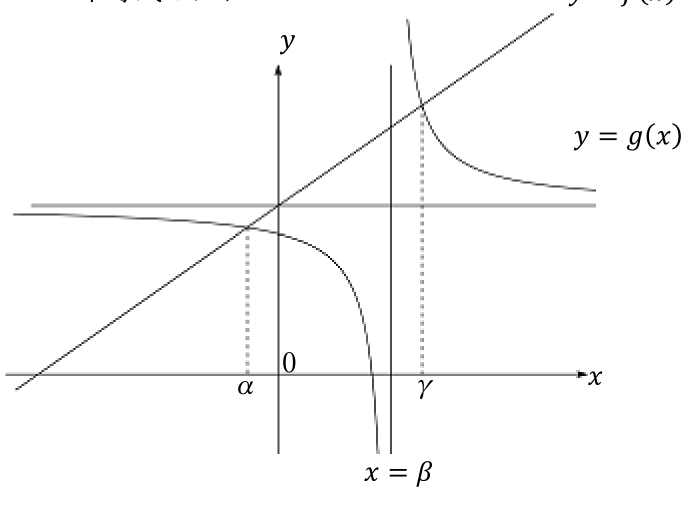
で，$(x,\ y)=(0,\qquad)$ を通る直角双曲線

$y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ は漸近線が $x=$（　　　），$y=$（　　　）

で，$(x,y)=(\ 0\ ,\qquad),(\qquad,\ 0\ )$ を通る直角双曲線

$y=\sqrt{a(x-p)}+q$ は頂点 $(x,y)=$（　　，　　）の半放物線

2.　不等式とグラフ



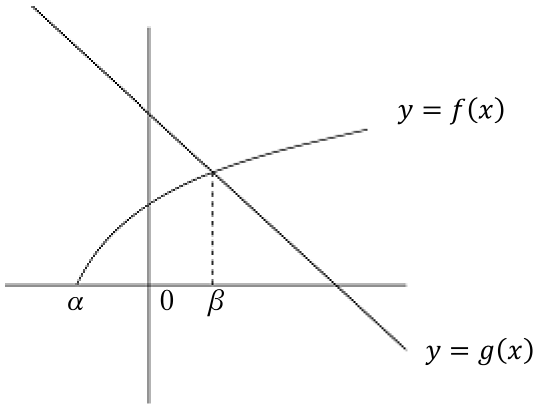
グラフが左のようになるとき $f(x)\ \geqq\ g(x)$ をみたす x の範囲は

（　　　　　　　　　　　）

＜チェック問題＞

1.　$y=\dfrac{2x-5}{3x+1}$ のグラフをかき，漸近線を答えよ.

2.　$y=-\sqrt{x+2}+3$ のグラフをかけ.



$f(x) < g(x)$　をみたす
x の範囲は
（　　　　　　　　　　　　　）

2.　合成関数と逆関数

$y=f(x)$，　$y=g(x)$　の合成関数を
　$f(g(x))$　または　（　　　　　）とかく

$y=f(x)$ の逆関数　$y=f^{-1}(x)$ は次の手順で求める

①　（　　　　　　　　　　　　　）　　ここで x について解けない関数には逆関数存在しない
（例）　$y=x^2+1$

②　（　　　　　　　　　　　　　　　　　）（注）定義域と値域も入れかえる

性質

1.　$y=f(x)$ と $y=f^{-1}(x)$　は　直線（　　　　　）について線対称であり，それぞれの定義域と値域は（　　　　　　　　　　　）

2.　$f\left(f^{-1}(x)\right)=$（　　　），　$f^{-1}\left(f(x)\right)=$（　　　）

＜チェック問題＞

1.　$y=\dfrac{10^x-10^{-x}}{2}$　の逆関数を求めよ.

2.　$f(1)=3$，$f^{-1}(4)=2$ をみたす　$f(x)=ax+b$ を求めよ.

２章　極限　　　　　　　　　　　　　　　　　Ｚ－２－１

□　数列極限

$$\lim_{n\to\infty} r^n = \begin{cases} (\qquad\qquad) & r > 1 \text{ のとき} \\ (\qquad\qquad) & r = 1 \text{ のとき} \\ (\qquad\qquad) & -1 < r < 1 \text{ のとき} \\ (\qquad\qquad) & r \leqq -1 \text{ のとき} \end{cases}$$

□　はさみうちの原理

$a_n \leqq c_n \leqq b_n$　かつ　$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$ のとき，

$$\lim_{n\to\infty} c_n = (\qquad\qquad)$$

□　無限級数

$\mathrm{S} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots = \lim_{n\to\infty} (\qquad\qquad)$ 定義

ただし　$S_n = (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$

S が収束 $\longrightarrow$ （　　　　　　　）は真より

対偶

（　　　　　　　　）$\longrightarrow$ S が（　　　　　　　）は真

この逆は（　　　　　　　）

□　無限等比級数

a, ar, ar^2，$\cdots\cdots\cdots$，ar^{n-1}，$\cdots\cdots$

・　a_n　の収束条件 $\begin{cases} a = 0 \quad \text{のとき}(\qquad\qquad) \text{ に収束} \\ (\qquad\qquad) \quad \text{のとき} \ (\qquad\qquad) \text{ に収束} \\ r = 1 \quad \text{のとき} \ (\qquad\qquad) \text{ に収束} \end{cases}$

よって収束するための条件は（　　　　　）または（　　　　　）

・　無限等比級数の収束条件

$a=0$ のとき　$S=$（　　　　　）に収束

$-1<r<1$ のとき　$S=$（　　　　　　　　）

□　関数極限

・ $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=$（　　　　　）　　$1-\cos\theta$ には（　　　　　）をかける.

・ $\lim_{\theta\to 0}\frac{\tan\theta}{\theta}=$（　　　　　）

・ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=$（　　　　　）

・ $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=$（　　　　　）

$(1+0)^{0}$ の逆数 $=$（　　　）

ただし $e=$（　　　　　）

・ $\lim_{h\to 0}\frac{e^{h}-1}{h}=$（　　　　　）

□　関数の連続性

・ $f(x)$ が　$x=a$ で連続

定義　（　　　　　　　　　　）＝　$f(a)$　＝（　　　　　　　　　　）

・　中間値の定理

$f(x)$ が $[a,b]$ で連続かつ，　$f(a)\cdot f(b)<0$

のとき　$f(c)=$（　　　）となる c が（　　　　　　　　　　　　）

に少なくともひとつ存在する.

・ $f(x)$ は以下の範囲では連続

$\frac{1}{f(x)}$ ⟶ $f(x)$（　　　）0

$\sqrt{f(x)}$ ⟶ $f(x)$（　　　）0

$\log f(x)$ ⟶ $f(x)$（　　　）0

＜チェック問題＞

（１）　次の極限値を求めよ.

① $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

② $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\tan x$

③ $\lim_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$

④ $\lim_{n\to\infty}\frac{\sin^n\theta-\cos^n\theta}{\sin^n\theta+\cos^n\theta}$　（ ただし　$0<\theta<\frac{\pi}{2}$ ）

（２）　次の無限級数の収束 ，発散を調べよ.

① $1-1+1-1+1-1\cdots$

② $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{2^n}$

（３）　次の関数が,すべての実数 x に対して連続と
なるように定数 a,b の値を定め $f(x)$ のグラフをかけ

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$$

3章　微分法　　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－３－1

□　・　導関数の定義

$f'(x) =$（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

・　微分可能性

関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）が収束する．

$x = a$ で微分可能であれば　$x = a$ で（　　　　　　　）（逆はいえない）

□　積・商の導関数

$(uv)' =$（　　　　　　　　）

$\left(\frac{v}{u}\right)' =$（　　　　　　　　）

□　合成関数の導関数

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times$（　　　）

□　基本関数の導関数

$x^{\alpha} \xrightarrow{\text{微分}}$（　　　　　）

$\sqrt{x} \longrightarrow$（　　　　　）

$\sin\theta \longrightarrow$（　　　　　）

$\cos\theta \longrightarrow$（　　　　　）

$\tan\theta \longrightarrow$（　　　　　）

$\log|x| \longrightarrow$（　　　　　）

$\log_a|x| \longrightarrow$（　　　　　）

$e^x \longrightarrow$（　　　　　）

$a^x \longrightarrow$（　　　　　）

□　　媒介変数で表された関数の導関数

$$\begin{cases} x = u(\theta) \\ y = v(\theta) \end{cases}$$ のとき

$$\frac{dy}{dx} = (\qquad\qquad\qquad)$$

＜チェック問題＞

・　次の関数を微分せよ.

（1）　$y = \sin 2\theta$

（2）　$y = \sqrt{x^2+1}$

（3）　$y = \log(x^2+1)$

（4）　$y = \log_a(x^2+1)$

（5）　$y = e^x \sin x$

（6）　$y = \frac{x}{x+1}$

（7）　$y = 3^x$

（8）　$y = x^{\log x}$

・　$\frac{dy}{dx}$ を求めよ.

（1）　$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

（2）　$\begin{cases} x = \theta - \sin\theta \\ y = 1 - \cos\theta \end{cases}$

・　$\frac{d^2y}{dx^2}$ を t を用いて表わせ.

$$\begin{cases} x = \cos t + t\sin t \\ y = \sin t - t\cos t \end{cases}$$

４章　微分法の応用　　　　　　　　　　　　　　Z－４－1

□　接線

曲線　$y=f(x)$ 上の点（ $t, f(t)$ ）における接線の方程式は

$y=$（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

□　法線

曲線　$y=f(x)$ 上の点（ $t, f(t)$ ）における法線の方程式は

$f'(t) \neq 0$ のとき

$y=$（　　　　　　　　　　　）

$f'(t)=0$ のとき

$x=$（　　　　　　　　　　　）

これをまとめて

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）としてよい.

□　２曲線が接する

２曲線　$y=f(x)$　と　$y=g(x)$ が　$x=t$ で接するとき

（⇔ $x=t$ で共有点をもち，その点における接線が一致する）

$$\begin{cases} f(t)=\left(\qquad\qquad\right) \\ f'(t)=\left(\qquad\qquad\right) \end{cases}$$

□　特定の点を通る接線

接点（ $t, f(t)$ ）における（　　　　　　　　　　　）をつくり，

（　　　　　　　　　　　）して t を求める.

□　平均値の定理

関数 $f(x)$ が閉区間 $[\,a\,,b\,]$ ⇔（　　　　　　　　　　）で

連続かつ微分可能ならば

（　　　　　　　　　　）$= f'(c)$　をみたす c が

（　　　　　　　　）に少なくともひとつ存在する.

□　極値と変曲点

（　　　　　）が（　　　　　　）する点で,そのときの

y の値を極値といい,（　　　　）が（　　　　　　）する点の座標を

（　　　　）という.

その点で曲線の（　　　　）が変化する.

$f'(x) > 0$　・・・　$f(x)$ が増加

$f'(x) < 0$　・・・　$f(x)$ が減少

$f''(x) > 0$　・・・　（　　　　）に凸.

$f''(x) < 0$　・・・　（　　　　）に凸.

$f'(a) = 0$ かつ　$f''(a) > 0$ のとき　$x = a$ で（　　　　　）をとる.

$f'(a) = 0$ かつ　$f''(a) < 0$ のとき　$x = a$ で（　　　　　）をとる.

□　グラフの描き方

① 変域の確認

② 対称性の有無

$f(x) = f(-x)$ のとき（　　）関数で（　　　　）対称

$f(x) = -f(-x)$ のとき（　　）関数で（　　　　）対称

（注）このときは　$x \geqq 0$ でのみ増減を調べればよい.

（グラフの描き方続き）

③　微分　（通常は１階微分まで 変曲点や凹凸が必要ならば２階微分まで）

④　極限

・$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$ ，$x = a$ で不連続の場合，$\lim_{x \to a\pm 0} f(x)$ など

極限を調べると漸近線の存在が判断出来る

$\lim_{x \to \infty} f(x) = a$　⇔　直線（　　　　　　　　　）が漸近線

$\lim_{x \to \infty} \{f(x) - (ax+b)\} = 0$　⇔　直線（　　　　　　　　　）が漸近線

＜チェック問題＞

$f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-3}$　の漸近線を求めよ．(漸近線だけでよい)

$\lim_{x \to \infty} f'(x) = a$　⇔　直線（　　　　　　　　　）が漸近線

＜チェック問題＞

$f(x) = \log\frac{e^x+e^{-x}}{2}$　の漸近線を調べてグラフをかけ．

（ロピタルの定理）　$\frac{0}{0}$，$\frac{\infty}{\infty}$　の不定形において

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{(\qquad)}{(\qquad)}$　（ただし高校範囲外）

⑤　分数関数の極限

$\mathrm{F}(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$　が　$x = a$　で極値をとるとき

$\mathrm{F}(a) =$（　　　　　　）

漸近線

（グラフの描き方続き）

＜チェック問題＞

$f(x)=\dfrac{2x^2+3x+1}{2x-3}$ の極小値を求めよ.

⑥　媒介変数で表された曲線のグラフ

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

x	--	α	--	β	--	γ	-
$\dfrac{dx}{dt}$	$+$	0	$+$	$-$	$+$	0	$-$
$\dfrac{dy}{dt}$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$(x\,,y)$	(　　)	$(x_\alpha\,,y_\alpha)$	(　　)	$(x_\beta\,,y_\beta)$	(　　)	$(x_\gamma\,,y_\gamma)$	(　　)

（　　）に増減の矢印を記入する

□　方程式の実数解

・ $f(x)=0$ を満たす実数解 x $\Rightarrow$ $y=f(x)$ と（　）軸との共有点の（　）座標

・ $f(x)=a$ を満たす実数解 x の個数

$\Rightarrow$ $\begin{cases} y = (\qquad) \\ y = (\qquad) \end{cases}$ の共有点の個数を調べる.

このとき共有点の（　）座標が実数解の値となる.

・ 中間値の定理

$y=f(x)$ が閉区間 $[\,a\,,b\,]$ で連続であり,

$f(a)\cdot f(b)$ （　）0 であれば開区間 (a,b) に

$f(x)=0$ となる x が少なくともひとつ存在する.

□　不等式の証明

$f(x) \geqq g(x)$　を示す.

$h(x) = f(x) - g(x)$ とおき，（　　　　　）$\geqq 0$ を示す.

□　速度・加速度・近似式

○動点Ｐの座標 $(x,\ y)$ が時刻 t の関数として与えられるとき,すなわち

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$ のとき

速度ベクトル $\vec{v}$ =（　　　　，　　　）

速さ　$|\vec{v}|$ =（　　　　　　　　　　）

加速度ベクトル $\vec{\alpha}$ =（　　　　，　　　）

加速度の大きさ $|\vec{\alpha}|$ =（　　　　　　　　　　）

・　１次近似式

（１）　$x \fallingdotseq 0$ のとき

$f(x) \fallingdotseq$（　　　　　　　　　）

（注）これは　$y = f(x)$ の（　，　）における接線の方程式

（２）　$h \fallingdotseq 0$ のとき

$f(a+h) \fallingdotseq$（　　　　　　　　　　　　　）

（注）これは　$y = f(x)$ の（　，　）における接線の方程式

＜チェック問題＞

$\sqrt{99.98}$　を求めよ.

５章　積分法　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－５－1

▶不定積分の公式　（積分定数 C は省略してよい）

（１）$\displaystyle\int x^{\alpha}dx =$（　　　　　　　　　　）

（２）$\displaystyle\int \frac{1}{x}dx =$（　　　　　　　　　　）

（３）$\displaystyle\int e^{x}dx =$（　　　　　　　　　　）ただし　$e =$（　　　　　）

（４）$\displaystyle\int a^{x}dx =$（　　　　　　　　　　）（$a > 0\,, a \neq 1$）

（５）$\displaystyle\int \sin x\,dx =$（　　　　　　　　　　）

（６）$\displaystyle\int \cos x\,dx =$（　　　　　　　　　　）

（７）$\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}dx =$（　　　　　　　　　　）

（８）$\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x}dx =$（　　　　　　　　　　）

（９）$\displaystyle\int \log x\,dx =$（　　　　　　　　　　）

（10）$\displaystyle\int \frac{1}{2\sqrt{x}}dx =$（　　　　　　　　　　）

※（11）$\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx =$（　　　　　　　　　　）

※（12）$\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,dx =$（　　　　　　　　　　）

▶　置換積分の公式

$\int f(x)dx = \mathrm{F}(x)$とするとき

$\int f(ax+b)dx = $（　　　　　　　　　　）（$ax+b$ が１次式）

$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = $（　　　　　　　　　　）

$\int \{f(x)\}^n \cdot f'(x)dx = \int \{f(x)\}^n d(\quad) = $（　　　　　　　　　　）

＜チェック問題＞

○$\int \sin(3x+1)dx =$

○$\int \frac{\sin x}{\cos x}dx =$

○$\int e^{2x}\,dx =$

○$\int \sin^3 x \cos x\,dx =$

▶　部分積分法

$\int u'v dx = $（　　　　　　　　）

＜チェック問題＞

$\int x^2 \sin x\,dx =$

$\sin x$	（　　　）	（　　　）	（　　　）
x^2	$2x$	2	（　　　）

部分積分法

▶　定積分

$\int f(x)dx = \mathrm{F}(x)$とするとき

$\int_a^b f(x)\,dx =$（　　　　　　　　　　　　）

○　偶関数　　$f(-x) =$（　　　　　　）で（　　）軸対称

このとき$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$（　　　　　　）

○　奇関数　　$f(-x) =$（　　　　　　）で（　　）対称

このとき$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$（　　　　　　）

○$\int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx =$（　　　　　　　　　）

○$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx =$（　　　　　　）

○$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$

$$= \begin{cases} (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)(n\text{ が偶数}) \\ (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)(n\text{ が寄数}) \end{cases}$$

○　$\int_\alpha^\beta \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$　　　　　$x =$（　　　　），（　　）≦θ≦（　　）とおく

$\int_\alpha^\beta \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}dx$　　　　　$x =$（　　　　），（　　）＜θ＜（　　）とおく

○　$\frac{d}{dx}\int_{p(x)}^{q(x)} h(t)dt =$（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

とくに　a　を定数として

$\frac{d}{dx}\int_a^x h(t)dt =$（　　　　　　　　）

▶　区分求積法

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=\alpha}^{\beta} f\left(\frac{k}{n}\right)=\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\Big)$$

ただし　$\lim_{n\to\infty}\frac{\alpha}{n}=s$ ，　$\lim_{n\to\infty}\frac{\beta}{n}=t$　とする

＜チェック問題＞

（例）（１）$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2$　を求めよ.

（２）$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=n-1}^{3n+3} e^{\frac{k}{n}}$　を求めよ.

▶　不等式と定積分

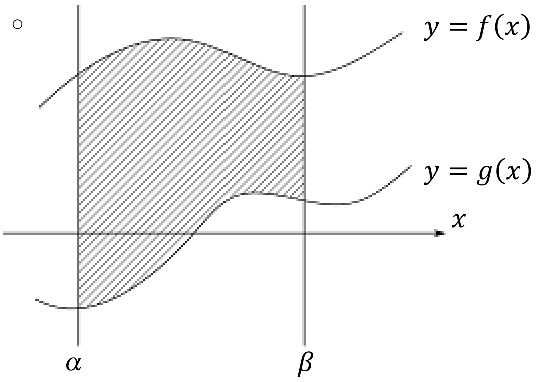
区間［α,β］で　$f(x)\ \leqq\ g(x)$　のとき

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

６章　積分法の応用　　　　　　　　　　　　Z－６－1

▶　面積

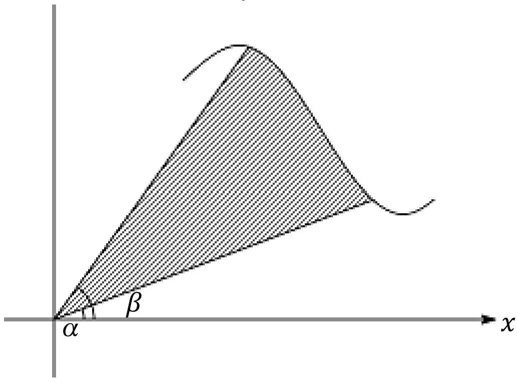
○



斜線部分の面積 S とすると

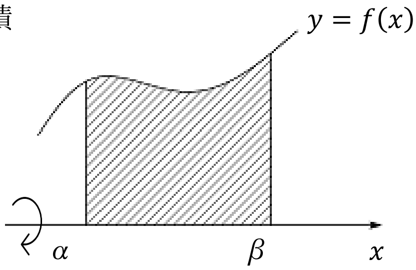
S =（　　　　　　　　　　）

○　　極方程式　$r = f(\theta)$



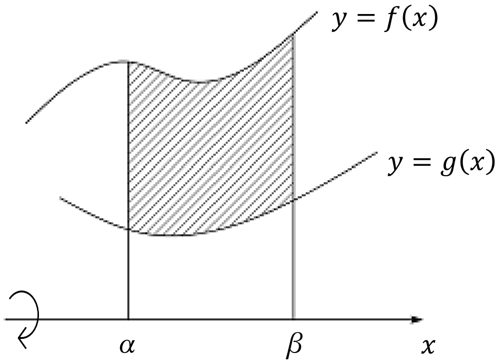
S =（　　　　　　　　　　）

▶　体積



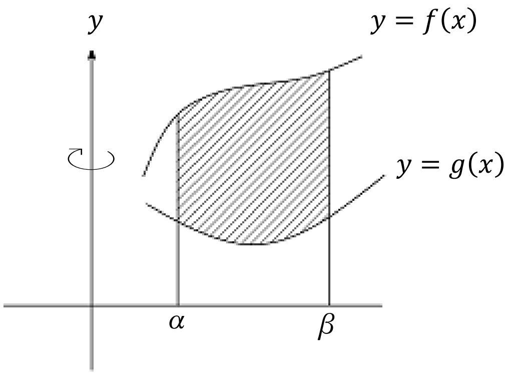
斜線部分を x 軸のまわりに回転して出来る立体の体積 V

V=（　　　　　　　　　　）



V=（　　　　　　　　　　）

▶　バームクーヘン積分

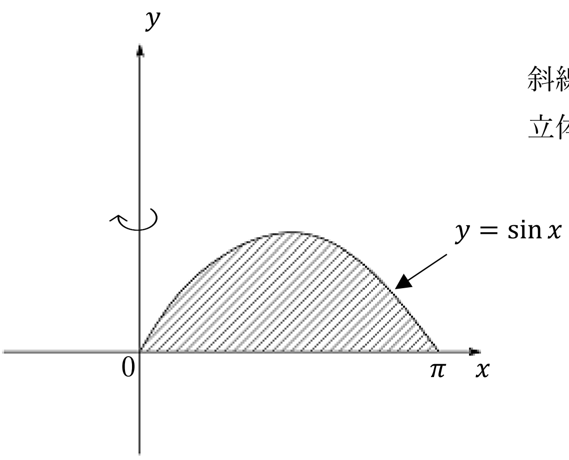


斜線部分を y 軸のまわりに
１回転して出来る立体の体積 V

V=（　　　　　　　　　　　　）

円筒分割法

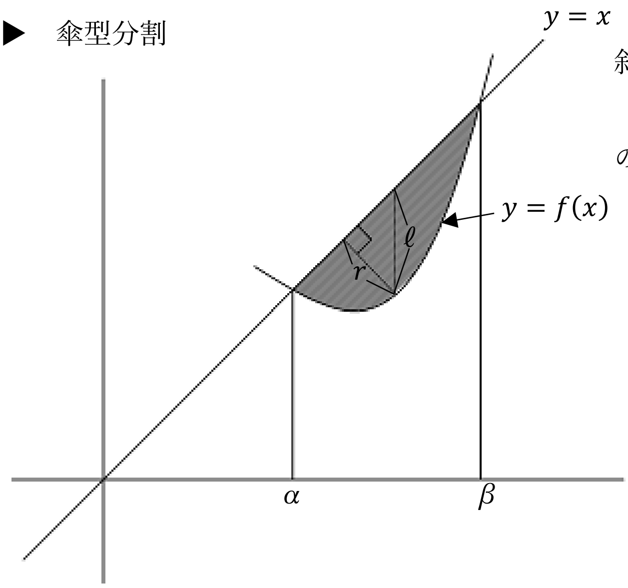
＜チェック問題＞



斜線部分を y 軸のまわりに１回転して出来る
立体の体積を求めよ.

V=（　　　　　　　　　　　　）

▶　傘型分割



斜線部分を直線

$y=x$

のまわりに１回転して出来る

立体の体積Ｖ

V=（　　　　　　　　　）

ただしここでは

$$\begin{cases} \ell = (\qquad\qquad) \\ r = (\qquad\qquad)\ \ell \end{cases}$$

となる

傘型分割

▶　変位と道のり

$x=f(t)$，　$y=g(t)$　（　α　≦　t　≦　β　）のとき

Ｐ（x,y）の

$$\begin{cases} \text{速度ベクトル}\quad \vec{v} = (\qquad , \qquad) \\ \text{加速度ベクトル}\quad \vec{\alpha} = (\qquad , \qquad) \\ \text{速さ}\ (\qquad) = (\qquad\qquad\qquad) \end{cases}$$

道のり　Ｌ＝（　　　　　　　　　　　）

▶　曲線の長さ

（１）$y = f(x)$　　$a \leqq x \leqq b$ における曲線の長さＬ

Ｌ＝（　　　　　　　　　　　　）

（２）　$x = f(t)$，　$y = g(t)$　（　$\alpha \leqq t \leqq \beta$　）の曲線の長さＬ

Ｌ＝（　　　　　　　　　　　　）

㊟ よく使う変型

$$\sqrt{1-\cos t} = \sqrt{(\qquad\qquad)^2} = (\qquad\qquad)$$
$$\sqrt{1+\cos t} = \sqrt{(\qquad\qquad)^2} = (\qquad\qquad)$$
$$\sqrt{1-\sin t} = \sqrt{(\qquad\qquad)^2} = (\qquad\qquad)$$
$$\sqrt{1+\sin t} = \sqrt{(\qquad\qquad)^2} = (\qquad\qquad)$$

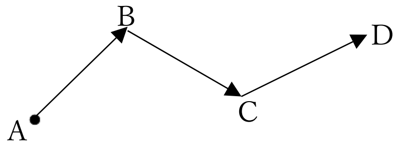
＜チェック問題＞

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1+\sin t}\,dt$$

7章　平面上のベクトル　　　　　　　　　　　　Z－７－1

・　**和**

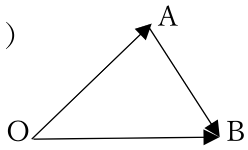
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=$（　　　　　　　　）



・　**差**　　$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=$（　　　　　　）

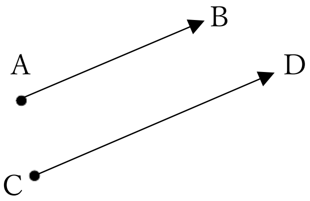
より

$\overrightarrow{AB}=$（　　　　　　　　　　）



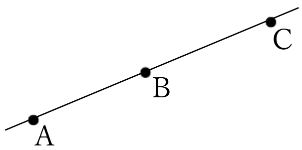
・　**平行**　$\overrightarrow{AB}\ /\!/\ \overrightarrow{CD}$

$\Rightarrow$（　　　　　　　　　）



・　**一直線上**

$\overrightarrow{AC}=$（　　　　　　　　　　）



・　**成分**

（　　　　　）の座標　－　（　　　　　）の座標

$\vec{a}=(x_1, y_1)$，$\vec{b}=(x_2, y_2)$　のとき

$\vec{a}\ /\!/\ \vec{b}\ \Rightarrow$（　　　　　　　　　）

$|\vec{a}|\ =$（　　　　　　　　　）

$\vec{a}\cdot\vec{b}\ =$（　　　　　　　　　）

$\cos\theta\ =$（　　　　　　　　　）

A（$\vec{a}$），B（$\vec{b}$）としたとき⊿ OAB の面積 S とするとベクトルで

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)}$$

$$S=\frac{1}{2}(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$$ 成分で

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=$（　　　　　　　　　　　　　）　ベクトルで

$|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2=$（　　　　　　　　　　　　）ベクトルで

$\vec{a}\perp\vec{b}\ \Leftrightarrow$（　　　　　　　　　　　　　）　ベクトルで

$\vec{a}$, $\vec{b}$　を $m:n$ に内分する点の位置ベクトルは

$\vec{p}=$（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

$\vec{a}$, $\vec{b}$　を $m:n$ に外分する点の位置ベクトルは

$\vec{p}=$（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

A（$\vec{a}$）, B $(\vec{b})$, C（$\vec{c}$）のとき

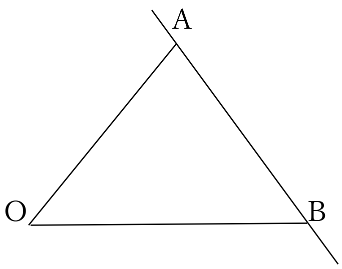
⊿ ABC の重心の位置ベクトルは　$\vec{g}=$（　　　　　　　　　　　）

【チェック問題】

・$\overrightarrow{OP}=\dfrac{3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}}{3+2}$　　P は AB を（　　　　　）に（　　　）分する.

・$\overrightarrow{OP}=\dfrac{5\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}}{5-2}$　　P は AB を（　　　　　）に（　　　）分する.

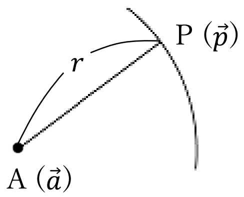
<u>ベクトル方程式</u>



$\overrightarrow{OP}=\alpha\,\overrightarrow{OA}+\beta\,\overrightarrow{OB}$　とするとき

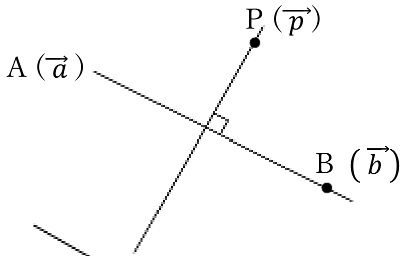
P が直線 AB 上⇒（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

P が線分 AB 上⇒（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）



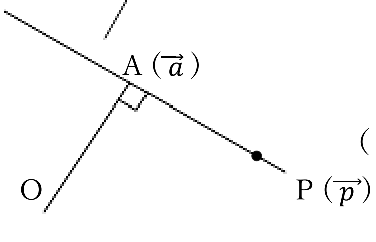
P が A ($\vec{a}$) を中心とし半径 r の円周上のとき

|　　　　　　|＝ r



P が線分 AB の垂直２等分線上のとき

（　　　　　　　　　　　　　　　）



P が A を通り, OA に垂直な直線上のとき

（　　　　　　　　　　　　　　　）

8章　空間のベクトル　　　　　　　　　　　　　　　Z－８－1

①　A（ x_1, y_1, z_1 ）, B（ x_2, y_2, z_2 ）

$\overrightarrow{AB}$ =（　　　　　　　　　　　　　　　　　）（　成分で　）

$|\overrightarrow{AB}|$ =（　　　　　　　　　　　　　　　　　）

AB を $m:n$ に内分する点　P（$\vec{p}$）

$\vec{p}$ =（　　　　　　　　,　　　　　　　　,　　　　　　　　）

AB を $m:n$ に外分する点　P（$\vec{p}$）

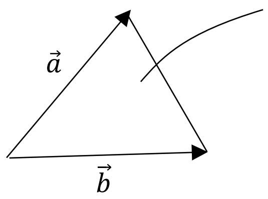
$\vec{p}$ =（　　　　　　　　,　　　　　　　　,　　　　　　　　）

②　$\vec{a}$ =（ a_1, a_2, a_3 ），$\vec{b}$ =（ b_1, b_2, b_3 ）

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ =（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ とすると

cos θ =（　　　　　　　　　　　　　　　　）（　成分用いて　）



面積 S

S =（　　　　　　　　　　　　　　　　）

（ $\vec{a}$, $\vec{b}$ ）を用いて

③　4 点 A , B , C , P が同一平面上

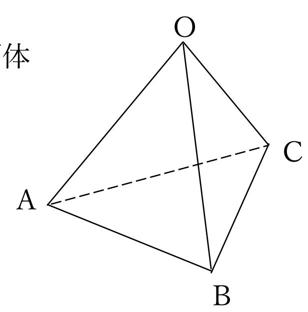
$\overrightarrow{AP}$ =（　　　　　　　　　　　　　　　　）

$\overrightarrow{OP} = \ell\,\overrightarrow{OA} + m\,\overrightarrow{OB} + n\,\overrightarrow{OC}$

とするとき，ℓ , m , n の関係は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

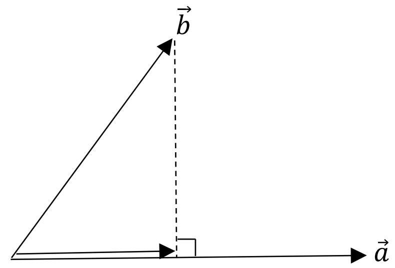
④　正四面体



辺の長さ 1 のとき

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}$ =（　　　　　　　　　　　　）

⑤



$\vec{b}$ の $\vec{a}$ への正射影ベクトルは

(　　　　　　　　　　　　　　)

【チェック問題】

・A (0 , 1 , 2),　B (－1 , 2 , 5)

$\overrightarrow{AB}$ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

$|\overrightarrow{AB}|$ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

・A B を 2 : 1 に内分する点 P ($\vec{p}$)

$\vec{p}$ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

・A B を 3 : 1 に外分する点 P ($\vec{p}$)

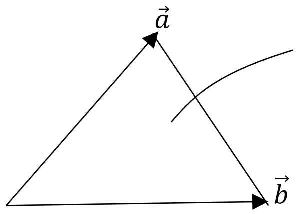
$\vec{p}$ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

・$\vec{a}$ ＝ (2 , 1 , 0) , $\vec{b}$ ＝ (－1 , 3 , 2)

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ とすると

cos θ ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)



面積 S

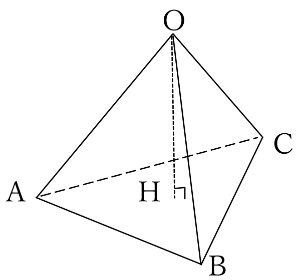
S ＝ (　　　　　　　　　　　　　　)

・A (1 , 2 , 3),　B (4 , 0 , 5),　C (3 , 1 , 2)　P (0 , 3 , a)

4 点 A , B , C , P が同一平面上のとき

a ＝ (　　　)

・

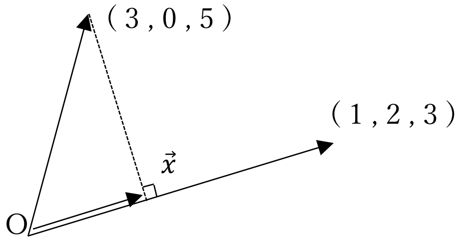


$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて $\overrightarrow{OH}＝\overrightarrow{OA}＋$(　　　　　　　　)

とおき

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}＝\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AC}＝$ (　　　)

・



$\vec{x}$ ＝（　　，　　，　　）

正射影ベクトル

9章　複素数平面　　Z－9－1

▶　$z=a+bi$ とすると　$\bar{z}=$（　　　　　）共役複素数

z が実数のとき（　　　）＝ 0 だから，z が実数となる条件は

（　　　　　）＝（　　　　　）

z が純虚数のとき（　　　）＝ 0，（　　　　）≠ 0 だから

（　　　　　）＝（　　　　　）かつ（　　　　　）≠（　　　　　）

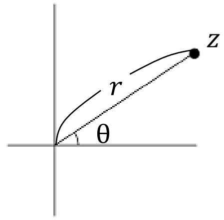
a, b を用いて $|z|=$（　　　　　）また $z\bar{z}=$（　　　　　）だから

$|z|^2=$（　　　　　　）が成り立つ

▶　極形式

右の図で

$z=$（　　　　　　　　　　　）



▶　積商

$z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$

$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$

のとき　$z_1z_2=$（　　　　　　　　　　　　　　　　）

$\frac{z_1}{z_2}=$（　　　　　　　　　　　　　　　　）だから

$|z_1z_2|=$（　　　　　　　　　）

$\arg z_1z_2=$（　　　　　　　　）

$\arg\frac{z_1}{z_2}=$（　　　　　　　　　）

▶　ド・モアブルの定理

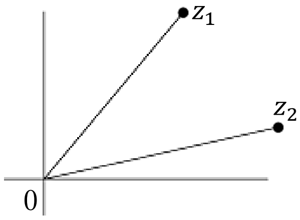
$z=(\cos\theta+i\sin\theta)$ のとき

$z^n=$（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）（ n は整数 ）

▶　図形

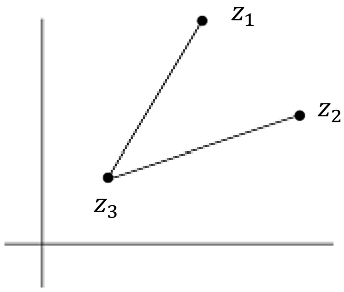
$\angle z_1 o z_2$ ＝arg（　　　　　）－arg（　　　　　）

＝arg（　　　　　）



$\angle z_1 z_3 z_2$ = arg (　　　　　) − arg (　　　　　)

＝arg（　　　　　）



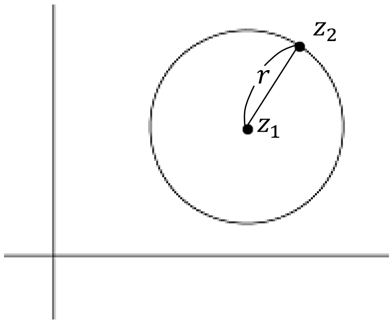
これより　3点　$z_1 z_2 z_3$ が一直線上のとき

（　　　　　　　）は実数

また　$z_1 z_3 \perp z_2 z_3$ のとき

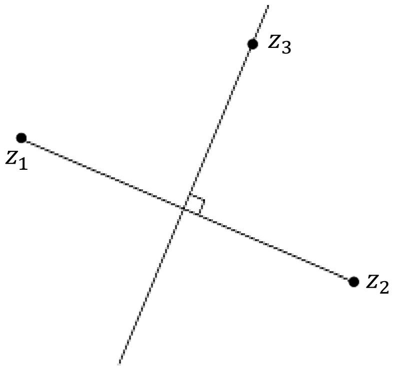
（　　　　　　　　）は純虚数

▶



z_2 が z_1 を中心とする半径 r の円周上のとき

（　　　　　　　　）$= r$



z_3 が $z_1 z_2$ を両端とする線分の

垂直二等分線上の点のとき

（　　　　　　　）＝（　　　　　　　）

＜チェック問題＞

(1)　$z\bar{z} - 7z - 7\bar{z} + 13 = 0$　のとき　z の描く図形を求めよ．

(2)　A（$1 + \sqrt{3}i$），原点 O とするとき

△ AOB が $\angle \mathrm{A} = \dfrac{\pi}{2}$ の直角二等辺三角形となるような B を表す

複素数をすべて求めよ．

10章　式と曲線　　　　Z－１０－１

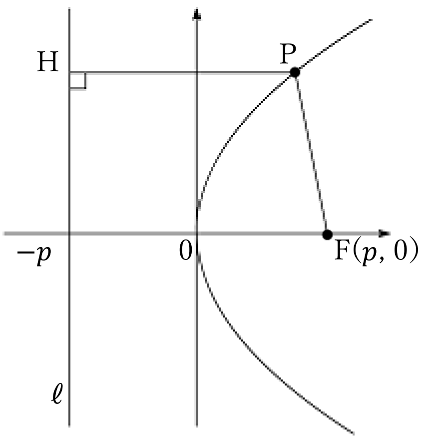
放物線

定義　　定点 F，動点 P から定直線 ℓ におろした垂線の足 H として

（　　　　　）＝（　　　　　）をみたす点の集合

標準形　　$y^2 =$（　　　　　　）

このとき焦点（　　，　　），準線　$x =$（　　　　）



＜チェック問題＞

(1)　$(y-1)^2 = 4 \cdot 2 \cdot (x+3)$　のとき

焦点と準線を求め，図示せよ.

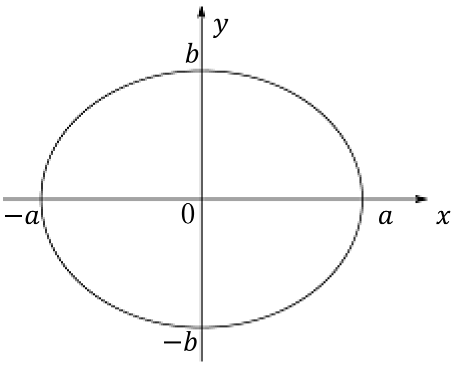
(2)　直線 $y = 1$ に接し，円 $x^2 + (y+2)^2 = 1$ に外接する円の中心 P の軌跡の方程式を求めよ.

楕円　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－１０－2

定義　　２定点Ｆ，Ｆ´，動点Ｐとするとき

（　　　　　　　）$= 2a$　をみたす点の集合

標準形　　　（　　　　　　　　）$= 1$　　　$(a > b > 0)$



このとき　中心は（　　　，　　　）

長軸の長さ　（　　　　），短軸の長さ（　　　　）

焦点（　　　　　，　　　　　）

＜チェック問題＞

（1）　$5x^2 + 9y^2 - 20x + 18y - 16 = 0$

の表す楕円の中心，焦点の座標を求め図示せよ．

また楕円上の点Ｐとするとき PF＋PF´ の値を求めよ．

（2）　円 $(x+2)^2 + y^2 = 49$ に内接し，円 $(x-2)^2 + y^2 = 1$

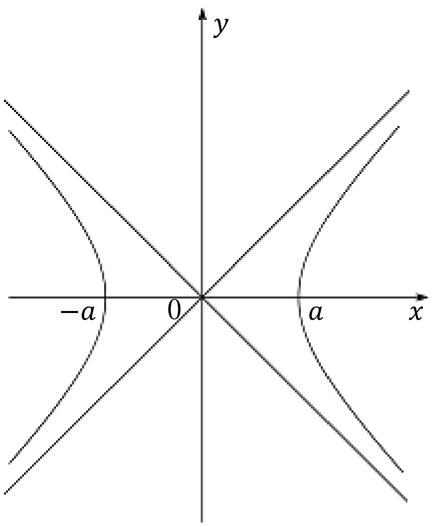
に外接する円の中心Ｐの軌跡の方程式を求めよ．

双曲線　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－１０－3

定義　　２定点 F , F´, 動点 P とするとき

（　　　　　　　　　　　）＝ $2a$　をみたす点の集合

標準形　　・　（　　　　　　　　　　）＝ 1（$a>0$, $b>0$）

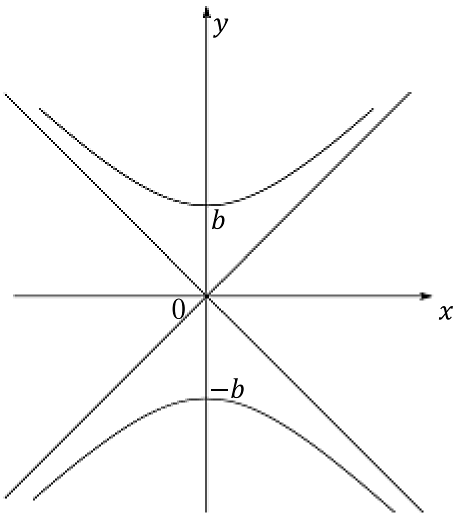


このとき　焦点（　　　　　,　　　　　）

| PF − PF´| ＝（　　　　　）

漸近線　$y=$（　　　　　　　）

・　（　　　　　　　　　　）＝ −1（$a>0$, $b>0$）



このとき　焦点（　　　　　,　　　　　）

| PF − PF´| ＝（　　　　　）

漸近線　$y=$（　　　　　　　）

＜チェック問題＞

（1）　双曲線　$4x^2-9y^2-8x-18y-41=0$

の焦点の座標と漸近線の方程式を求め図示せよ.

（2）　２つの円 $(x+5)^2+y^2=16$ ，円 $(x-5)^2+y^2=4$

の両方と外接する円の中心 P の軌跡の方程式を求めよ.

2次曲線の接線　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－１０－4

○　$y^2 = 4px$ 上の点（x_1, y_1）における接線の方程式は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

○　$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点（x_1, y_1）における接線の方程式は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

○　$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点（x_1, y_1）における接線の方程式は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

曲線の媒介変数表示

○　円　$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$　（ $r > 0$ ）

$x =$（　　　　　），　$y =$（　　　　　）

○　楕円　$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$　（　$\cos^2\theta + \sin^2\theta =$（　　　　　）に対応　）

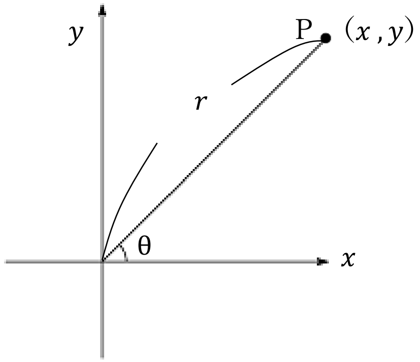
$x =$（　　　　　），　$y =$（　　　　　）

○　双極線　$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$　（　$1 + \tan^2\theta =$（　　　　　）に対応　）

$x =$（　　　　　），　$y =$（　　　　　）

極座標と極方程式　　　　　　　　　　　　　　　　　Z－１０－5

○　直交座標と極座標



点 P の極座標は

（　　　，　　　）

ここで

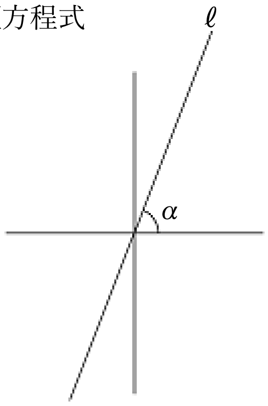
θ を（　　　　　　）という.

また直交座標を (x,y) とすると r , θ を用いて

$$\begin{cases} x = \left(\qquad\qquad\right) \\ y = \left(\qquad\qquad\right) \\ x^2 + y^2 = \left(\qquad\qquad\right) \end{cases}$$

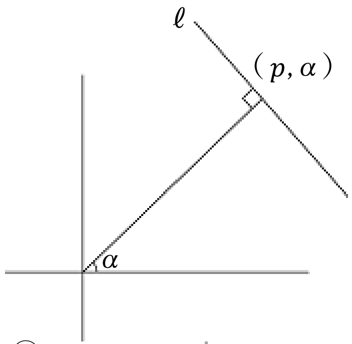
○　極方程式

①



直線 ℓ の極方程式は

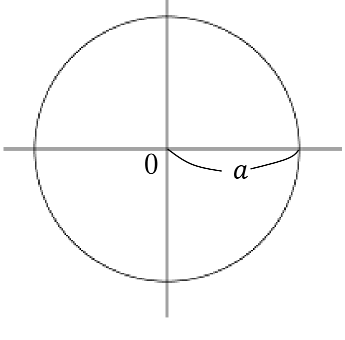
（　　　　　　　　）



直線 ℓ の極方程式は

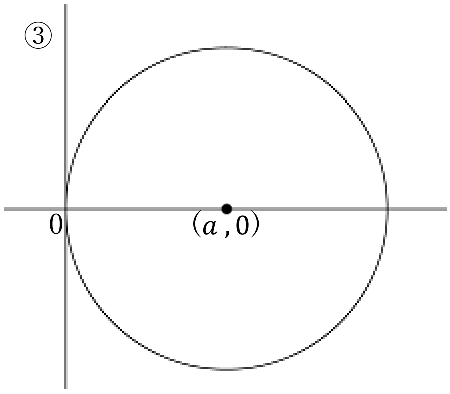
（　　　　　　　　）

②



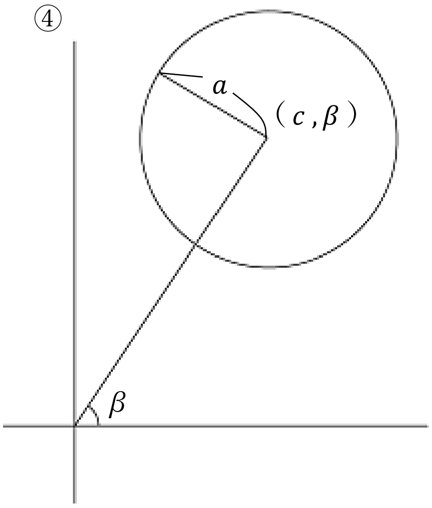
円の極方程式は

（　　　　　　　　）



円の極方程式は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）



円の極方程式は

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

＜チェック問題＞

（１）　極方程式が　$r\cos 2\theta = 2\cos\theta$　で表される曲線を直交座標の方程式で表せ.

（２）　原点を焦点とし，直線　$x = a\ (a > 0)$　を準線とする放物線の極方程式を　$r = f(\theta)$　の形で求めよ.　（ $r > 0$ ）

（３）　楕円　$\frac{(x+1)^2}{2} + y^2 = 1$　の極方程式を　$r = f(\theta)$（$r > 0$）の形で求めよ.

<　MEMO　>